DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE
X Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 4–6 września 2007 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Małgorzata Borzyszkowska
Uniwersytet Gdański

Analiza empiryczna wybranych zmiennych wchodzących w skład funkcji popytu na pieniądz

1. Wprowadzenie

Celem artykułu jest porównanie wyników dotyczących testowania niestacjonarności oraz estymacji parametru integracji ułamkowej dla szeregów, które będą podstawą budowy modeli popytu na pieniądz w gospodarce Polski. Analizę przeprowadzono w celu określenia rzędu integracji długookresowej (czyli dla częstości zerowej). Podstawą analizy są publikowane przez NBP agregaty pieniężne: M0, M1, M2, M3, obliczone według nowych standardów Europejskiego Banku Centralnego, które Narodowy Bank Polski rozpoczął wdrażać od końca marca 2002 r. Dane przeliczone według ww. standardów dostępne są od końca 1996 r. Do analizy wykorzystano szeregi kwartalne od 1996Q4 do 2007Q1, łącznie 42 obserwacje. Literatura ekonomiczna w zakresie podstawowych teorii popytu na pieniądz, wskazuje, że funkcja popytu przyjmuje zazwyczaj postać: $\frac{M}{P} = f(Y, oc)$, gdzie: $\frac{M}{P}$ - ilość pieniądza w wyrażeniu realnym, Y - zmienna wyrażająca wielkość dochodu, oc - określa koszt alternatywny utrzymywania zasobów pieniądza, P - ogólny poziom cen. Zatem do budowy modeli realnego popytu na pieniądz, wykorzystuje się postać funkcji nieliniowej. W związku z tym szeregi zostały urealnione za pomocą wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych, a następnie poddane logarytmowaniu. Dodatkowo szeregi te poddano procesowi odsezonowania za pomocą programu komputerowego *Demetra* (procedurą Tramo/Seats), w celu ewentualnego porównania z wynikami dla szeregów nieodsezonowanych. Procedura wykazała, że wszystkie szeregi nie wymagały odsezonowania. Pozostałe obliczenia wykonano w programach: STATA, Microfit.

2. Test pierwiastka jednostkowego Dickey-Fullera

Zaproponowany przez Dickey-Fullera test zakłada w hipotezie zerowej, że badany szereg jest niestacjonarny z powodu występowania pierwiastka jednostkowego. Hipoteza alternatywna mówi o stacjonarności szeregu. Do przeprowadzenia testu potrzebna jest często zmodyfikowana wersja testu (ADF) dana następującą relacją: $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} \alpha_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$, gdzie: $\{ y_t \}$ - to szereg obserwacji badanej zmiennej, k – liczba opóźnionych wartości przyrostów zmiennej (dobrana tak, aby wyeliminować występowanie autokorelacji składnika losowego). Decyzję o odrzuceniu bądź nie, hipotezy zerowej podejmuje się na podstawie statystyki DF liczonej za pomocą ilorazu t-Studenta. Jeżeli obliczona wartość statystyki DF jest większa niż wartość krytyczna, to nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niestacjonarności badanego szeregu, w przeciwnym wypadku należy ją dorzucić. Odpowiednie wartości krytyczne dane są w pacy MacKinnon (1991) lub Franses, Hobijn (1997).

3. Test Phillipsa-Perrona

Test pierwiastka jednostkowego (jego rozkład asymptotyczny jest taki sam jak rozkład testu ADF) jest odporny względem autokorelacji i heteroscedastyczności o nieznanej postaci (por. Syczewska, 2002). W odróżnieniu od testu ADF, dodatkowe składniki wprowadzane są do wzoru określającego samą statystykę testu, a podstawowa regresja ma postać:
$\Delta y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + \varepsilon_t$, zatem odpowiada modelowi AR(1) dla szeregu $\{ y_t \}$. Dokładny opis zawarty jest w pracach Phillips, Perron (1988), Hamilton (1994). Hipoteza zerowa testu zakłada niestacjonarność badanego szeregu, natomiast alternatywna jego stacjonarność. Jeżeli obliczona statystyka jest większa od wartości krytycznej, to nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niestacjonarności szeregu, wskutek występowania pierwiastka jednostkowego. Odpowiednie wartości krytyczne można znaleźć w Hamilton (1994).

4. Test DF-GLS Elliota, Rotenberga i Stocka

Zaproponowany przez Elliota, Rotenberga i Stocka (1996) test jest zmodyfikowanym testem ADF, poprzez przekształcenie obserwacji danego szeregu według poniższej relacji: $d(y_t) = \begin{cases} y_t & \text{dla } t = 1 \\ y_t - \alpha y_{t-1} & \text{dla } t > 1 \end{cases}$, gdzie: α - oznacza stałą dobraną odpowiednio: 1 – 7/T dla modelu ze stałą, 1 – 13,5/T dla modelu ze stałą i trendem (T liczba obserwacji). Analogicznie przekształcane są wektory trendu i wartości stałej, $d(x_t)$. Regresja ADF szacowana jest dla wartości: $y_t^d = y_t - x_t \delta(\alpha)$, jednak bez stałej i trendu. Jeżeli odpowiednia wartość krytyczna jest niższa niż obliczona wartość statystyki (test lewostronny) wyznaczonej na podstawie regresji postaci: $\Delta y_t^d = \delta y_{t-1}^d + \sum_{j=1}^{k} \gamma_j \Delta y_{t-j}^d + \varepsilon_t$, to nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niestacjonarności badanej zmiennej (wartości krytyczne dane są w pracy Cook-Manning, 2004).

5. Test Kwiatkowskiego, Phillipsa, Schmidta i Shina

Test KPSS w hipotezie zerowej zakłada trendostacjonarność badanego szeregu, wobec niestacjonarności w hipotezie alternatywnej. Posiada dwie wersje: z trendem oraz bez trendu. Statystyka testu dana jest wzorem: $\hat{\eta} = T^{-2} \sum S_t^2 / s^2(l)$, gdzie: S_t oznacza sumy częściowe reszt (e_t) regresji badanej zmiennej odpowiednio względem trendu linowego lub względem stałej. Wyrażenie: $s^2(l)$ przyjmowane jest jako estymator wariancji długookresowej danej wzorem: $s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=l}^{l} w(s,l) \sum_{t=s+1}^{T} e_t e_{t-s}$, gdzie: $w(s,l)$ to wagi wyznaczone na podstawie funkcji gęstości Bartletta $w(s,l) = 1 - s/(l+1)$. Jeżeli obliczona wartość statystyki jest wyższa niż odpowiednia wartość krytyczna (podane są w pracy Kwiatkowskiego, Phillipsa, Schmidta i Shina, 1992), to odrzucamy hipotezę zerową.

6. Integracja ułamkowa i procedura estymacji Lo (1991)

Stopień integracji szeregu niestacjonarnego definiowany jest jako najmniejsza całkowita liczba przyrostów, dla której szereg staje się stacjonarny. Integracja ułamkowa sprowadza się do uogólnienia tego pojęcia i oznacza, że stopień integracji szeregu może być określony przez wartości rzeczywiste (*d*). Wyrażenie różnicujące przyjmuje wówczas postać:

$$\Delta^d = (1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k L^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)L^k}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)},$$

gdzie: L – operator opóźnień, a parametry rozwinięcia określone są przy użyciu funkcji gamma (za Syczewska (2005)). Jeżeli $0<d<0.5$, proces jest stacjonarny, a jego funkcja autokorelacji zmniejsza się powoli i nie jest sumowalna (szereg posiada tzw. długą pamięć). Dla $0.5 \leq d<1$ wariancja jest skończona, proces jest niestacjonarny, lecz wciąż powracający do średniej (wpływ szoku zakłócającego w długim okresie zaniknie). Gdy $d \geq 1$ szereg jest niestacjonarny i niepowracający do średniej, efekty szoku są trwałe (persystentne). W przypadku $-0.5 < d<0$, szereg zawiera krótką pamięć (por. Osińska, 2006).

Statystyka R/S i uogólniona procedura według Lo (1991) zaproponowana została przez Hursta (1951). Klasyczna wersja statystyki została zmodyfikowana (ze względu na jej wrażliwość na krótkoterminowe zależności w szeregu) przez Lo (1991) do postaci:

$$Q_n = \frac{1}{\hat{\sigma}_n}\left[\max_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}(X_j - \overline{X}) - \min_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}(X_j - \overline{X})\right],$$

z estymatorem wariancji $\hat{\sigma}^2(q) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(X_j - \overline{X})^2 + 2\sum_{j=1}^{q}\omega_j(q)\hat{\gamma}_j$,

gdzie: $\omega_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1}$, wagi Bartletta, $q = [k_n] = \left(\frac{3n}{2}\right)^{1/3}\left(\frac{2\hat{\rho}}{1-\hat{\rho}^2}\right)^{2/3}$

dana jako największa liczba całkowita niższa niż q, $q < n$, $\hat{\rho}$ - współczynnik autokorelacji I rzędu, $\overline{X}$ - wartość średnia próby. Modyfikacja polegała też na normalizacji statystyki jako $Q_n / \sqrt{n}$. Hipoteza zerowa zakłada, że szereg posiada krótką pamięć, a alternatywna, że szereg ma długą pamięć.

7. Interpretacja otrzymanych wyników

Wyniki testu DF(ADF)

Tablica 1 przedstawia wyniki badania integracji szeregów.
Wyniki pokazują, że badane szeregi zintegrowane są rzędu pierwszego, są więc niestacjonarne i zawierają pierwiastek jednostkowy.

Wyniki testu Phillipsa-Perrona

Obliczenia (Tablica 2) wykonano za pomocą programu STATA, gdzie podawane są również odpowiednie wartości krytyczne (por. Hamilton (1994), s. 762-763). Dla liczby obserwacji równej 42 oraz dla 1%, 5%, 10% poziomu istotności i wartości krytyczne dla statystyki Z(ρ) wynoszą odpowiednio: -18.288, -13. 012, -10.52 (-24.548, -19.116, -16.368 w wersji z trendem). Natomiast dla statystyki Z(t) wartości te wynoszą: -3.641, -2.955, -2.611 (-4.233, -3.536, -3.202 z trendem). W nawiasach z kropką podano wartość poziomów istotności według MacKinnona.
Na podstawie oszacowanych wartości stwierdzić można, że dla wszystkich poziomów istotności nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niestacjonarności badanych szeregów.

Tablica 1. Obliczone wartości statystyk dla odpowiednich szeregów

Statystyka	Szeregi badanych zmiennych			
	LM0R	LM1R	LM2R	LM3R
[1] DF/ADF	1.2348	2.7143	4.1401	-0.38556
Rząd	I(1)	I(1)	I(1)	I(2)
L. op.	1	0	0	4
Stat. G	3.2229	7.3640	2.3537	4.6345
[2] DF/ADF	-0.4429	1.996	-0.73953	-0.58724
Rząd	I(1)	I(1)	I(1)	I(1)
L. op.	1	1	0	0
Stat. G	3.3325	1.2839	2.2382	1.9978
[3] DF/ADF	-1.1137	-1.2895	-1.5422	-1.4845
Rząd	I(1)	I(1)	I(1)	I(1)
L. op.	1	0	0	0
Stat. G	3.6225	6.2760	3.3793	3.2222
[4] DF/ADF	-1.1977	2.2705	-0.76122	-0.57871
Rząd	I(1)	I(1)	I(1)	I(1)
L. op.	0	0	0	0
Stat. G	5.2926	5.5644	4.3712	4.3027
F stat.	3.2908**	8.4624***	3.3965**	3.2716**
[5] DF/ADF	-1.8222	-0.29035	-1.41	-1.3157
Rząd	I(1)	I(1)	I(1)	I(1)
L. op.	0	0	0	0
Stat. G	5.0285	5.6508	5.7447	5.6705
F stat.	3.1498**	7.149***	3.0482**	2.9306**

Oznaczenia: L – logarytmy, R – realne wielkości; [1] – regresja: nc, nt, nd; wartość krytyczna: -1.86, [2] – regresja: c, nt, nd; wartość krytyczna: -2.79, [3] – regresja c, t, nd; wartość krytyczna: -3.34, [4] – regresja: c, nt, d; wartość krytyczna: -2.77, [5] – regresja: c, t, d; wartość krytyczna: -3.34. L. op. – oznacza liczbę dołączonych opóźnień przyrostów zmiennej w regresji. Stat. G – oznacza wartość statystyki Godfrey'a. Liczba gwiazdek oznacza istotność statystyki (***, **, *) na poziomie odpowiednio: 1%, 5%, 10%. Wartości krytyczne dla $\alpha=0.05$ pobrano z pracy Franses, Hobijn (1997), s. 29.

Źródło: obliczenia własne.

Tablica 2. Obliczone statystyki dla szeregów ze stałą (a) oraz ze stałą i z trendem (b)

Statystyka	Szeregi badanych zmiennych			
	LM0R	LM1R	LM2R	LM3R
a: Z(ρ)	-6.201	2.051	-0.792	-0.597
a: Z(t)	-1.518	2.030	-0.747	-0.598
a: (.)	0.5247	0.9987	0.8342	0.8715
b: Z(ρ)	-11.654	-3.342	-4.732	-4.732
b: Z(t)	-2.337	-1.096	-1.607	-1.565
b: (.)	0.4134	0.9297	0.7896	0.806

Źródło: obliczenia własne.

Wyniki testu DF-GLS Elliota, Rotenberga i Stocka

Obliczenia wykonano za pomocą programu STATA, maksymalny rząd opóźnienia równy 9 został ustalony za pomocą kryterium Schwert'a. Wartości krytyczne dla poziomów istotności: 1%, 5% podane w pracy Cook-Manning (2004), s. 271-272, (gdzie maksymalny stopień opóźnienia ustalany jest na podstawie sekwencyjnej reguły Ng i Perrona (1995) w wersji z trendem wynoszą: -4.15, -3.52 oraz w wersji bez trendu odpowiednio: -3.19, -2.48.

Tablica 3. Obliczone wartości statystyk DF-GLS dla odpowiednich szeregów w wersji z trendem (τ) i bez trendu (μ)

Statystyka	Szeregi badanych zmiennych			
	LM0R	LM1R	LM2R	LM3R
(τ)	-1.622	-1.287	-3.134	-3.385
(μ)	0.473	1.451	2.453	2.604

L – oznacza wielkości logarytmowane, R – wielkości realne.
Źródło: obliczenia własne.

Porównując otrzymane wartości z wartościami krytycznymi, można powiedzieć, że dla 1% i 5% poziomu istotności nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o nie stacjonarności wszystkich szeregów. Wyniki potwierdzają wcześniejsze ustalenia, jednak w przypadku szeregów LM2R i LM3R dla wersji z trendem, wartości statystyk są bliskie wartościom granicznym.

Wyniki testu KPSS

Wartości krytyczne dla poziomów istotności 10%, 5% wynoszą: dla wersji z trendem liniowym: 0.119, 0.146, natomiast w wersji bez trendu odpowiednio: 0.347, 0.463. Obliczenia wykonano za pomocą programu STATA, maksymalny rząd opóźnienia określony wg kryterium Schwert'a wynosi 3.

Tablica 4. Obliczone wartości statystyki KPSS dla wersji z trendem(τ) i bez trendu (μ)

Statystyka	Szeregi badanych zmiennych			
	LM0R	LM1R	LM2R	LM3R
(τ)	0.182	0.25	0.169	0.161
(μ)	0.574	1.04	1.02	1.04

Źródło: obliczenia własne.

Uzyskane wartości wskazują, że należy odrzucić hipotezę zerową o trendostacjonarności na korzyść hipotezy alternatywnej. Wszystkie szeregi zatem na poziomie istotności 5% są niestacjonarne.

Wyniki testu dla zmodyfikowanej statystyki Lo

Wartości krytyczne dane są w postaci przedziałów: dla (α=0.1) 90% [0.861, 1.747], dla (α=0.05) 95% [0.809, 1.862], dla (α=0.01) 99% [0.721, 2.098]. Obliczone wartości statystyk zawiera tablica poniżej.

Tablica 5. Obliczone wartości statystyk

Miara / Statystyka	LM0R	LM1R	LM2R	LM3R
Lo statystyka	0.922	2.34	2.25	2.31

Źródło: obliczenia własne.

Wykroczenie policzonej statystyki poza dany przedział skutkuje odrzuceniem hipotezy zerowej, zatem szeregi LM1R, LM2R i LM3R powinny posiadać długą pamięć.

8. Podsumowanie

Przeprowadzona analiza miar pieniądza, potencjalnych zmiennych funkcji popytu na pieniądz, stanowi część wyników testów, zastosowanych do zbadania ich własności dynamicznych. Analiza wykazała, że badane szeregi są niestacjonarne (wyniki testów: DF-GLS, PP, potwierdzone testem KPSS) i zintegrowane rzędu pierwszego (test DF/ADF). Dodatkowo test badania integracji ułamkowej (zmodyfikowana statystyka R/S według Lo) daje przesłanki do dalszych prac nad zmiennymi w celu doboru właściwej metody estymacji modeli.

Literatura

Anoruo, E., Braha, H. (2005), Fractional Integration Analysis of Real Short-Term Interest Rates: Evidence from Select African Countries, *Global Review of Business and Economic Research* , USA.

Baillie, R.T. (1996), Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics, *Journal of Econometrics*, 73, 5–59.

Barro, R.J. (1997), *Makroekonomia*, PWE, Warszawa.

Baumol, W.J. (listopad 1952), The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 66, 545–556.

Cook, S., Manning, N. (2004), Lag Optimisation and Finite-Sample Size Distortion of Unit Root Tests, *Economics Letters*, 84, 267-274.

Duwendag, D., Ketterer, K.H., Kösters, W., Pohl, R., Simmert, D.B. (1995), *Teoria pieniądza i polityka pieniężna*, Poltext, Warszawa.

Elliot, G., Rottenberg, T.J., Stock, J.H. (1996), Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root, *Econometrica*, Vol. 64, No. 4, 813–836.

Franses, P.H, Hobijn, B. (1997), Critical Values for Unit Root Tests in Seasonal Time Series, *Journal of Applied Statistics*, Vol. 24, No. 1, 25–47.

Friedman, M. (sierpień 1959), The Demand for Money: Some Theoretical and Empirical Results, *The Journal of Political Economy*, Vol. 67, No. 4, 327–351.

Goldfeld, S.M., Chandler, L.V. (1981), *The Economics of Money and Banking*, Harper and Row Publisher, New York.

Hamilton, J.D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press, New Jersey.

Keynes, J.M. (1956), *Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza*, PWN, Warszawa.

Kwiatkowski, J. (1999), Procesy z długą pamięcią i modele ARFIMA, *Zeszyty Naukowe AUNC*, 329, Toruń, 157–171.

Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P., Shin, Y. (1992), Testing the Null Hypothesis of Stationary Against the Alternative of a Unit Root, *Journal of Econometrics*, 54, 159–178.

Laidler, D.E.W. (1985), *The Demand for Money: Theories, Evidence, and Problems*, Harper & Row, Publishers, New York.

Lo, A.W. (1991), Long-term Memory in Stock Market Prices, *Econometrica*, 59, 1279–1313.
MacKinnon, J.G. (1991), Critical Values for Cointegration Tests, rozdział 13, w: Engle, R.F., Granger, C.W.J. (red.), *Long-Run Economic Relationships: Readings in Cointegration*, Oxford University Press, Oxford.
Mishkin, F.S. (2002), *Ekonomika pieniądza, bankowości i rynków finansowych*, PWN, Warszawa.
Ng, S., Perron, P. (1995), Unit Root Tests in ARMA Models with Data-Dependent Methods for Selection of the Truncation Lag, *Journal of the American Statistical Association*, 90, 268–281.
Osińska, M. (2006), *Ekonometria finansowa*, PWE, Warszawa.
Phillips, P.C.B., Perron, P. (1988), Testing for a Unit Root in Time Series Regression, *Biometrika*, No. 75, 335–346.
Sowell, F. (1990), The Fractional Unit Root Distribution, *Econometrica*, Vol. 58, No. 2, 495–505.
Schwert, G.W. (1989), Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation, *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, 147–160.
Syczewska, E.M. (2002), Niestacjonarność nominalnego i realnego kursu wymiany dla danych sezonowych, *Bank i Kredyt*, 3, 44–52.
Syczewska, E. (2005), Aggregation of Exchange Rate Data and Long Memory Measures, *Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego*, 75, 55–73.
Syczewska, E.M. (2005b), Wpływ agregacji kursów złotowych na wyniki estymacji parametru integracji ułamkowej metodą Phillipsa, UMK w Toruniu, IX 2005, Konferencja: *Dynamiczne Modele Ekonometryczne,* 121–136.
Tobin, J. (1956), The Interest Rate Elasticity of the Transactions Demand for Cash, *Review of Economics and Statistics*, t. 38, 241–247.
Tobin, J. (1958), Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, *Review of Economic Studies*, t. 25, 65–86.