

DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE

X Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 4–7 września 2007 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Mariola Piłatowska

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Przegląd modeli realizujących postulat zgodności

1. Problemy dynamicznego modelowania

Do kluczowych zagadnień dynamicznego modelowania należy zaliczyć niestacjonarność procesów ekonomicznych. W ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat można wyróżnić trzy główne podejścia do niestacjonarności znajdujące odzwierciedlenie w różnej dekompozycji procesów ekonomicznych.

(1) Do początku lat siedemdziesiątych XX wieku dominowała tradycyjna dekompozycja, tj. $Y_t = P_t + S_t + C_t + \eta_t$, gdzie: P_t – deterministyczny składnik trendu, S_t – deterministyczne wahania sezonowe, C_t – deterministyczne wahania koniunkturalne, η_t – składnik stochastyczny modelu, o którym zakładano, że jest stacjonarny. Dekompozycja ta zakłada, że procesy ekonomiczne są niestacjonarne w średniej. W konsekwencji dominującym podejściem w modelowaniu dynamicznym była strategia „zawsze brać poziomy” (lub odchylenia do trendu deterministycznego), jeżeli procesy ekonomiczne były niestacjonarne.

(2) Od połowy lat siedemdziesiątych XX wieku, a dokładnie od czasu publikacji pracy Boxa i Jenkinsa, popularyzującej modelowanie ARIMA dla procesów zintegrowanych, a także artykułu Grangera i Newbolda (1974), zwracającego uwagę na niebezpieczeństwo pozornej zależności, gdy procesy są niestacjonarne, a przede wszystkim od przełomowego artykułu Nelsona i Plossera (1982), dotyczącego odróżnienia typu niestacjonarności procesów makroekonomicznych, zaczęto preferować alternatywną dekompozycję niestacjonarnych procesów, tj. $Y_t = \mu_t + \gamma_t + \xi_t + \eta_t$, gdzie: μ_t – trend stochastyczny, γ_t – sezonowość stochastyczna, ξ_t – cykliczność stochastyczna, η_t – stacjonarny składnik stochastyczny. Taka dekompozycja zakłada, że procesy są niestacjonarne w wariancji, a w konsekwencji proces jest sprowadzany do stacjonarnego poprzez obliczanie przyrostów rzędu d . W konsekwencji strategia „zawsze różnicować (brać przyrosty)”, gdy procesy są niestacjonarne, zaczęła od tego czasu zdoby-

wać przewagę¹. Jednocześnie niesłusznie, ale jakby w sposób automatyczny, zaczęto kojarzyć niestacjonarność procesów ekonomicznych tylko z niestacjonarnością w wariancji².

(3) Od połowy lat dziewięćdziesiątych XX wieku, po burzliwej debacie między zwolennikami tezy, że procesy ekonomiczne są niestacjonarne w średniej (o stacjonarnych odchyleniach od trendu deterministycznego), a zwolennikami tezy, że procesy ekonomiczne są w większości niestacjonarne w wariancji (o stacjonarnych przyrostach), debacie nierozstrzygniętej, zaczęła dominować dekompozycja, którą ogólnie można zapisać: $Y_t = P_t + S_t + C_t + \mu_t + \gamma_t + \xi_t + \eta_t$. Taki zapis wskazuje na szeroką klasę procesów niestacjonarnych zarówno w wariancji (z trendem stochastycznym), jaki i w średniej (z trendem deterministycznym). Oznacza to zaakceptowanie, że niektóre procesy ekonomiczne mogą być niestacjonarne w wariancji (np. kursy walutowe, indeksy giełdowe), a inne – niestacjonarne w średniej (np. produkcja, dochody, sprzedaż).

Z debaty tej wynikają pewne sugestie. Pierwsza praktyczna wskazówka jest następująca: wyniki testowania powinny być traktowane z ostrożnością. Nie oznacza to bynajmniej rezygnacji z wyboru między procesami niestacjonarnymi w średniej i w wariancji na rzecz pełnej akceptacji jednej ze strategii: „zawsze różnicować” lub „zawsze brać poziomy”. Testy te mogą stanowić użyteczne narzędzie diagnostyczne przy specyfikacji modelu dla celów prognostycznych, gdyż wtedy ich zadaniem nie byłoby wskazanie prawdziwego modelu, a raczej modelu, który dawałby dokładniejsze prognozy.

Druga wskazówka, a mianowicie, że głównym zadaniem nie powinien być wybór między podejściem „zawsze różnicować” czy „zawsze brać poziomy”, lecz budowa modelu dynamicznego w taki sposób, aby proces resztowy miał pożądane własności. Wskazówka ta prowadzi w istocie do różnych koncepcji modelowania realizujących postulat zgodności (sformułowany przez Grangera, 1981).

Celem artykułu jest syntetyczna prezentacja koncepcji modelowania, które realizują postulat zgodności w sensie Grangera, wskazanie na podobieństwa i różnice.

¹ Sugestia ta wynikała ze wskazań testów na pierwiastki jednostkowe, które mając niską moc preferowały hipotezę zerową o niestacjonarności w wariancji (integracji rzędu pierwszego). Należy wyraźnie podkreślić, że różnica między obydwooma podejściami („zawsze brać poziomy” i „zawsze różnicować”) nie dotyczy tylko sposobu eliminacji niestacjonarności, lecz jest znacznie głębsza, ponieważ odnosi się do odmiennej interpretacji wahań procesów ekonomicznych (Piłatowska, 2003).

² Jest to szczególnie widoczne w polskich podręcznikach ekonometrii.

2. Postulat zgodności w różnych koncepcjach dynamicznego modelowania

Idea (czy postulat) zgodności, sformułowana przez Grangera (1981), głosi, że jeżeli proces objaśniany ma pewne dominujące własności, takie jak: silna autokorelacja, sezonowość, trend w średniej czy trend w wariancji, to model ekonometryczny może być uznany za zadowalający, gdy procesy objaśniające mają takie same dominujące własności³. Model spełniający ten warunek Granger (1992) określił modelem zrównoważonym (ang. *balanced*). Jeżeli warunek ten nie jest spełniony, to własności procesu objaśnianego, niewyjaśnione przez odpowiednie dominujące własności procesów objaśniających, pojawią się w procesie resztowym, który wtedy będzie miał cechy niepożądane z punktu widzenia estymacji i wnioskowania.

W różnych koncepcjach dynamicznego modelowania idea ta jest realizowana w różny sposób, przy czym odwołanie się do idei zgodności nie zawsze odbywa się *explicite*.

Do koncepcji realizujących ideę zgodności należą: (1) koncepcja modelowania zgodnego według Zielińskiego (1984), (2) koncepcja modelowania od ogólnego do szczególnego według Hendry'ego (2000), (3) koncepcja kointegracji (Engle, Granger, 1987) wraz z modelem korekty błędem, (4) koncepcja modelowania VAR (Sims, 1980).

Koncepcja modelowania zgodnego według Z. Zielińskiego

Istotą koncepcji modelowania zgodnego według Z. Zielińskiego (1984) jest budowa modelu przyczynowo-skutkowego z uwzględnieniem informacji o wewnętrznej strukturze badanych procesów⁴ (trend, sezonowość, autokorelacja) w taki sposób, aby proces resztowy miał własności białego szumu. Proces budowy modelu zgodnego rozpoczyna się od określenia wewnętrznej struktury procesów, czyli zbudowania modeli struktury, tj.:

$$Y_t = P_{y_t} + S_{y_t} + \eta_{y_t}, \quad B(u)\eta_{y_t} = \varepsilon_{y_t}, \quad (1)$$

$$X_{it} = P_{x_{it}} + S_{x_{it}} + \eta_{x_{it}}, \quad A_i(u)\eta_{x_{it}} = \varepsilon_{x_{it}}, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (2)$$

gdzie: P_{y_t} i $P_{x_{it}}$ oznaczają wielomianowe funkcje zmiennej czasowej t , S_{y_t} i $S_{x_{it}}$ – składniki sezonowe o stałej lub zmiennej amplitudzie wahań, η_{y_t} i $\eta_{x_{it}}$ – stacjonarne procesy autokorelacyjne odpowiednio dla procesu Y_t i procesów X_{it} , $B(u)$ i $A_i(u)$ są autokorelacyjnymi operatorami, dla których wszystkie

³ Tak rozumiany warunek zgodności można rozszerzyć na wariancje warunkowe (Fiszeder, 2006).

⁴ Koncepcja modelowania zgodnego ma zastosowanie zarówno w odniesieniu do procesów niestacjonarnych w średniej, jak i w wariancji, przy czym interpretacja parametrów w modelach dla poziomów procesów i przyrostów procesów jest odmienna.

pierwiastki równań $|B(u)|=0$ i $|A_i(u)|=0$ leżą poza okręgiem jednostkowym, a ε_{y_t} i $\varepsilon_{x_{it}}$ oznaczają białe szумы dla odpowiednich procesów.

Następnie na podstawie zależności dla białoszumowych składowych, tj.:

$$\varepsilon_{y_t} = \sum_{i=1}^k \rho_i \varepsilon_{x_{it}} + \varepsilon_t \quad (3)$$

oraz informacji o wewnętrznej strukturze badanych procesów (por. (1), (2)) otrzymuje się startową specyfikację⁵ modelu zgodnego o postaci:

$$B(u)Y_t = \sum_{i=1}^k A_i^*(u)X_{it} + P_t + S_t + \varepsilon_t, \quad (4)$$

gdzie: $A_i^*(u) = \rho_i A_i(u)$, $P_t = B(u)P_{y_t} - \sum_{i=1}^k A_i^*(u)P_{x_{it}}$, $S_t = B(u)S_{y_t} - \sum_{i=1}^k A_i^*(u)S_{x_{it}}$

lub alternatywnie:

$$Y_t = \sum_{s=1}^{q_y} \beta_s Y_{t-s} + \sum_{i=1}^k \sum_{s=0}^{q_{x_i}} \alpha_{is}^* X_{i,t-s} + P_t + S_t + \varepsilon_t. \quad (5)$$

Należy zauważyć, że proces resztowy w modelu (5) jest taki sam jak w modelu (3), co oznacza, że warunek zgodności wewnętrznych struktur lewej i prawej strony równania został spełniony. Specyfikacja modelu (5) obejmuje ogólnie trzy składniki: opóźnienia procesu objaśnianego Y_{t-s} , bieżące i opóźnione procesy objaśniające $X_{i,t-s}$ oraz składnik trendowo-sezonowy $P_t + S_t$. Każdy z nich pełni inną rolę. Opóźnienia procesu objaśnianego należy interpretować w kategoriach elementów zastępczych. Pojawiają się one, gdy: (a) w modelu pominięto ważne czynniki dla wyjaśnienia procesu objaśnianego, (b) zależność procesu Y_t względem X_{it} po częstościach jest niejednakowa (np. parametr zależności dla składowych o niskich częstościach jest inny niż dla składowych o wysokich częstościach). Drugi składnik, bieżące i opóźnione procesy objaśniające pełnią z jednej strony rolę czynników przyczynowych, z drugiej – rolę czynników zastępczych uzgadniających lewą i prawą stronę modelu, przy czym rzędu autoregresji jest określany w wyniku badania wewnętrznej struktury badanych procesów. Włączenie do modelu składnika trendowo-sezonowego oznacza, że ze wszystkich procesów została wyeliminowana niestacjonarność w średniej, czyli parametry β_s i α_{is}^* mierzą zależności na poziomie procesów stacjonarnych. Warunek zgodności jest spełniony, jeżeli proces resztowy ma własności białego szumu (brak autokorelacji, homoscedastyczność wariancji, normalność rozkładu).

Koncepcja modelowania „od ogólnego do szczególnego” według D. Hendry’ego

W modelowaniu od ogólnego do szczególnego analiza rozpoczyna się od sformułowania ogólnej specyfikacji modelu (GUM – General Unrestricted Mo-

⁵ Startowa specyfikacja (5) po oszacowaniu posiada na ogół nadmiarowe, nieistotne procesy, które są eliminowane za pomocą odpowiednich metod redukcji. W wyniku stopniowej redukcji nieistotnych czynników otrzymuje się model zgodny zredukowany do czynników istotnych.

del, Hendry, 2000), która, po przeprowadzaniu testów diagnostycznych na błąd specyfikacji⁶, jest upraszczana do empirycznego modelu zgodnego, czyli 'oszczędnego' pod względem specyfikacji modelu, który obejmuje model generujący dane (Mizon, 1995; Bontemps, Mizon, 2001). W istocie startowa specyfikacja modelu może przyjąć postać (5).

Różnica w formułowaniu początkowej wersji modelu w stosunku do modelowania zgodnego według Zielińskiego polega na odmiennym podejściu do badania wewnętrznej struktury poszczególnych procesów. W modelowaniu „od ogólnego do szczególnego” najczęściej wprowadza się trend liniowy, w celu uwzględnienia ewentualnej niestacjonarności w średniej, a rząd autoregresji ustala się jako pewien maksymalny rząd (w zależności od liczby dostępnych obserwacji i liczby procesów objaśniających) wspólny dla wszystkich procesów objaśniających na takim poziomie, aby proces resztowy miał własności białoszumowe, a nie jak w modelu zgodnym według Zielińskiego, w którym startową specyfikację określa się na podstawie oddzielnego badania struktury badanych procesów (rzędy autoregresji dla procesów objaśniających są na ogół niejednakowe, a także stopień trendu jest wyższy niż jeden).

Kolejna różnica w obu koncepcjach modelowania dotyczy sposobu eliminacji nieistotnych czynników. W procedurze modelowania zgodnego według Zielińskiego preferuje się iteracyjną metodę selekcji *a posteriori*, natomiast w modelowaniu od ogólnego do szczególnego – automatyczną procedurę dochodzenia od ogólnej, początkowej wersji modelu (GUM) do empirycznego, szczególnego modelu zgodnego (empirical congruent model), zaproponowaną przez Hendry'ego i Krolziga (1999). Procedura ta polega nie tylko na prostej eliminacji nieistotnych procesów (pojedynczo i grupowo) za pomocą testów selekcji, ale również na poszukiwaniu wielu ścieżek redukcji w celu zabezpieczenia algorytmu przed automatyzmem prowadzącym do przypadkowej eliminacji ważnego procesu, i jednocześnie pozostawienia innych procesów jako zastępczych czynników. W przypadku otrzymania kilku modeli, spełniających kryterium zgodności, wyboru najlepszego dokonuje się na podstawie testów obejmowania (encompassing tests) oraz kryterium selekcji Akaike'a, Schwarz'a i Hannana-Quinna. Cała procedura redukcji ogólnego modelu do szczególnego jest możliwa do przeprowadzania przy wykorzystaniu modułu *PcGets* pakietu⁷ *OxMetrics*.

Koncepcja kointegracji – model korekty błędem

Idea kointegracji sformułowana przez Engle'a i Grangera (1987) zakłada, że kombinacja procesów niestacjonarnych w wariancji, z których każdy jest zintegrowany rzędu pierwszego, $I(1)$ i nie ma trendu w średniej, jest stacjonarna

⁶ Testowanie: braku autokorelacji procesu resztowego, bezwarunkowej i warunkowej homoscedastyczności wariancji składnika resztowego, normalności rozkładu składnika resztowego, stabilności parametrów strukturalnych.

⁷ www.timberlake.co.uk.

(czyli zintegrowana rzędu zerowego, $I(0)$)⁸. Oznacza to, że istnieje k -wymiarowy wektor θ , że kombinacja $Z_t = Y_t - \theta'X_t$, gdzie $X_t - (k \times 1)$ wektor procesów objaśniających, jest stacjonarna. Wektor kointegracyjny θ eliminuje trend stochastyczny (niestacjonarność w wariancji) i jednocześnie jest to wektor mierzący zależność między Y_t a X_{it} na poziomie procesów stacjonarnych.

Zależność dla procesów skointegrowanych może być przedstawiona w formie modelu korekty błędem (Engle, Granger, 1987):

$$\Delta Y_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j \Delta Y_{t-j} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^{q_i} \beta_{ij} \Delta X_{i,t-j} + \delta (Y_{t-1} - \sum_{i=1}^k \theta_i X_{i,t-1}) + \eta_t, \quad (6)$$

gdzie $EC_{t-1} = Y_{t-1} - \sum_{i=1}^k \theta_i X_{i,t-1}$ jest składnikiem korekty błędem posiadającym własność stacjonarności, ponieważ procesy Y_t i X_{it} są skointegrowane. Parametry θ_i są parametrami długookresowej zależności (równowagi) Y_t od X_{it} czy też mnożnikiem Y_t względem X_{it} informującym o reakcji Y_t na jednostkową zmianę X_{it} . Natomiast parametr δ mierzy szybkość powrotu do równowagi, tj. reakcję na różnicę między Y_t od X_{it} w poprzednim okresie.

Model (6) jest w istocie modelem realizującym ideę zgodności. Jest ona jednak realizowana w inny sposób niż w poprzednich koncepcjach modelowania. Model korekty błędem jest zbudowany dla procesów-przyrostów, tj. dla procesów przekształconych za pomocą filtru różnicowego, który usuwa dość szerokie pasmo niskich częstotliwości odpowiadających składnikom długookresowym (i jednocześnie eliminuje niestacjonarność w wariancji, ale też i w średniej). Zatem parametry β_{ij} są miarami zależności krótkookresowej dla stacjonarnych przyrostów procesów. Jednak model tylko dla przyrostów ΔY_t i ΔX_{it} , nawet jeżeli będzie uwzględniał ich autoregresyjną strukturę, nie jest wystarczający dla uzyskania zgodności modelu. Konieczne jest jeszcze usunięcie autokorelacji składnika resztowego, która pojawia się na ogół jako efekt zastosowania filtru różnicowego. Usunięcie tej autokorelacji jest możliwe poprzez włączenie do modelu korekty błędem EC_{t-1} , która pełni rolę czynnika uzgadniającego strukturę lewej i prawej strony modelu. Wprowadzenie zatem korekty błędem ma na celu nie tylko uzyskanie informacji o szybkości powrotu systemu do równowagi, ale również zapewnienie lepszych własności procesu resztowego. W rezultacie model spełnia warunek zgodności, ponieważ struktura lewej i prawej strony modelu jest identyczna (w konsekwencji usunięcia niestacjonarności poprzez obliczanie przyrostów, uwzględnienie ich wewnętrznej struktury, a także dodania korekty błędem, która jest stacjonarna), parametry mierzą zależności na poziomie procesów stacjonarnych, a składnik losowy ma pożądane własności białoszumowe. Należy jednak pamiętać, że pomimo iż kombinacja liniowa procesów niestacjonarnych jest stacjonarna, to istnieje możliwość wystąpienia efektów jak przy pozornej zależności dla relacji długookresowej Y_t od

⁸ Pierwsza wzmianka o procesach skointegrowanych pojawiła się już wcześniej w artykule Grangera (1981), w którym również została zarysowana idea zgodności modelu.

X_{it} (istotna zależność przy wysokiej wartości współczynnika determinacji i mocno skorelowanych resztach, $R^2 > DW$) ze względu właśnie na pominięcie elementów wewnętrznej struktury (opóźnień procesów)⁹.

Koncepcja modelowania VAR

Model wektorowej autoregresji VAR (*Vector Autoregression*) ma postać:

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{Y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{Y}_{t-2} + \dots + \mathbf{A}_k \mathbf{Y}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (7)$$

gdzie \mathbf{Y}_t – wektor ($n \times 1$) procesów modelu, \mathbf{A}_i – macierze parametrów przy wektorze procesów opóźnionych \mathbf{Y}_{t-i} , $i = 1, 2, \dots, k$, $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ – wielowymiarowy stacjonarny proces resztowy. Zakłada się, że składniki resztowe w poszczególnych równaniach nie są zautokorelowane, natomiast dopuszcza się możliwość powiązań, między składnikami poszczególnych równań.

Poszczególne równania modelu VAR mogą być uzupełnione przez zmienne deterministyczne, tj. stałą, trend deterministyczny, zero-jedynkowe zmienne sezonowe. Wtedy w modelu (11) pojawi się dodatkowo człon $\mathbf{A}_0 \mathbf{D}_t$, \mathbf{D}_t – wektor zmiennych deterministycznych, \mathbf{A}_0 – macierz parametrów przy zmiennych wektora \mathbf{D}_t . W ten sposób można uwzględnić niestacjonarność w średniej badanych procesów. W przypadku niestacjonarności w wariancji (trend stochastyczny) model VAR jest zapisywany dla przyrostów procesów. Do modelu (11) można także dodać pewne procesy egzogeniczne. W przypadku kointegracji procesów model VAR jest punktem wyjścia do budowy modelu korekty błędem dla wektora procesów \mathbf{Y}_t (VECM, *Vector Error Correction Model*).

Model VAR z włączonym składnikiem deterministycznym realizuje warunek zgodności poprzez dążenie do takiej specyfikacji modelu, która zapewniłaby białoszumowe własności procesu resztowego. Od modelu zgodnego różni go sposób ustalania liczby opóźnień. W modelu zgodnym liczba opóźnień wynika z badania wewnętrznej struktury poszczególnych procesów, a w modelu VAR – z arbitralnego przyjęcia określonej maksymalnej długości opóźnienia, która następnie jest redukowana za pomocą odpowiednich testów. Dodatkowo wielorównaniowy model zgodny, który jest modelem strukturalnym, dopuszcza możliwość wystąpienia jednoczesnych powiązań między procesami endogenicznymi, a w modelu VAR takiej możliwości nie ma ze względu na to, że model ten jest zredukowaną postacią modelu wielorównaniowego.

3. Podsumowanie

Wszystkie syntetycznie przedstawione koncepcje modelowania zależności między procesami niestacjonarnymi łączy idea zgodności, czyli dążenia do budowy modelu ekonometrycznego, który uwzględniłby dominujące własności procesów objaśnianych i objaśniających. Atrakcyjność tego odejścia polega na

⁹ Wyniki badań symulacyjnych w odniesieniu do pozornej zależności między niezależnymi i zależnymi procesami autoregresyjnymi przedstawili m. in. Granger, Hung, Jeon (1998), Piłatowska (2003).

korzyściach wynikających dla estymacji i wnioskowania statystycznego (m.in. uniknięcie skutków braku różnicowania i niepotrzebnego różnicowania, niebezpieczeństwa pozornej zależności). Nie bez znaczenia jest przydatność w prognozowaniu, ponieważ model realizujący warunek zgodności na ogół pozwala otrzymać lepsze prognozy. Mimo jednak spełnienia warunku zgodności, modele te będą różnić się pod względem interpretacji ekonomicznej, szczególnie modele dla poziomów procesów i modele dla przyrostów procesów. Wybór modelu zatem należy rozpatrywać w kontekście możliwości współistnienia modeli o różnych specyfikacjach niż poszukiwania jedyne „prawdziwego” modelu.

Literatura

- Bontemps, C., Mizon, G. E. (2001), Congruence and Encompassing, w: Stigum, B. (red.), *Studies in Economic Methodology*, Cambridge, Mass., MIT Press.
- Engle, R. F., Granger, C. W. J. (1987), Co-integration and Error Correction Representation: Estimation and Testing, *Econometrica*, 55, 251-276.
- Fiszeder, P. (2006), Consequences of Congruence for GARCH Modelling, w: Zieliński, Z. (ed.), *Dynamic Econometric Models*, Wydawnictwo UMK, Toruń, 143-149.
- Ganger, C. W. J. (1981), Some Properties of Time Series Data and their Use in Econometric Model Specification, *Journal of Econometrics*, 16, 121-130.
- Granger, C. W. J. (1992), Where Are the Controversies in Econometric Methodology?, w: Granger, C. W. J. (red.), *Modelling Economic Series*, Clarendonpress, Oxford.
- Granger, C. W. J., Hyung, N., Jeon, Y. (1992), Spurious Regressions with Stationary Series, Discussion Paper 98-25, University of California, San Diego.
- Granger, C. W. J., Newbold, P. (1974), Spurious Regression in Econometrics, *Journal of Econometrics*, 2, 111-120.
- Hendry, D. F. (2000), *Econometrics: Alchemy or Science?*, Oxford University Press, Oxford.
- Hendry, D. F., Krolzig, H.-M. (1999), Improving on ‘Data Mining Reconsidered’ by K. D. Hoover and S.J. Peres, *Econometrics Journal*, vol. 2.
- Mizon, G. E. (1995), Progressive Modelling of Macroeconomic Time series: the LSE Methodology, w: Hoover, K. D. (red.), *Macroeconomics: Developments, Tensions and Prospects*, Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- Nelson, C. R., Plosser, C. I. (1982), Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications, *Journal of Monetary Economics*, 10, 139-162.
- Piłatowska, M. (2003), *Modelowanie niestacjonarnych procesów ekonomicznych. Studium metodologiczne*, Wyd. UMK, Toruń.
- Sims, C. A. (1980), Macroeconomics and Reality, *Econometrica*, 48, 1-48.
- Zieliński, Z. (1984), Zmienność w czasie strukturalnych parametrów modelu ekonometrycznego, *Przegląd Statystyczny*, z. 1/2, 135-148.
- Zieliński, Z. (2002), Analiza wybranych koncepcji modelowania dynamicznego w ekonometrii, w: Zieliński, Z., *Analiza ekonomicznych procesów stochastycznych. Pisma wybrane*, Wyd. UMK, Toruń.