DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE
X Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 4–6 września 2007 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Witold Orzeszko
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Wykorzystanie koncepcji nieliniowej przyczynowości do identyfikacji autozależności w szeregach czasowych

1. Wprowadzenie

Pojęcie przyczynowości w sensie Grangera pełni kluczową rolę w ekonometrycznej analizie zależności pomiędzy procesami ekonomicznymi. Metodą testowania nieliniowej przyczynowości jest procedura Hiemstry i Jonesa (1994), odwołująca się do koncepcji Baeka i Brocka (1992). Celem niniejszej pracy jest zastosowanie testu Hiemstry i Jonesa w odmienny sposób – do identyfikacji autozależności w szeregach czasowych. Pomysł ten zrealizowano w zastosowaniu do danych symulowanych, a także do szeregów czasowych z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie.

2. Testowanie przyczynowości w zakresie zależności nieliniowych

Występowanie zależności przyczynowych między stacjonarnymi procesami X_t i Y_t zostało zdefiniowane przez Grangera (1969) w kategorii warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa. Według tej definicji X_t nie jest przyczyną Y_t, jeśli dla dowolnych opóźnień czasowych $lx, ly \geq 1$ zachodzi równość:

$$F\Big(Y_t \,\Big|\, (X_{t-lx},...,X_{t-1};Y_{t-ly},...,Y_{t-1})\Big) = F\Big(Y_t \,\Big|\, (Y_{t-ly},...,Y_{t-1})\Big). \tag{1}$$

W przypadku, gdy warunek (1) nie jest spełniony mówimy, że X_t jest przyczyną Y_t, co w szczególności implikuje możliwość wykorzystania przeszłości X_t do prognozowania Y_t.

Testowanie występowania zależności przyczynowych polega na weryfikacji hipotezy zerowej, iż X_t nie jest przyczyną Y_t. W praktyce, nie weryfikuje się zawartego w definicji warunku (1), lecz zastępuje się go bardziej operacyjnymi formułami. Jedną z metod jest ograniczenie zakresu badania do identyfikacji zależności przyczynowych jedynie o charakterze liniowym. W takiej sytuacji badanie polega na zbudowaniu i analizie modelu VAR.

Z kolei operacyjną metodą analizy przyczynowych zależności o charakterze nieliniowym jest metoda Baeka i Brocka (1992). Odwołuje się ona do pojęcia całki korelacyjnej $C_W(\varepsilon)$, będącej prawdopodobieństwem zdarzenia, iż dwie losowo wybrane realizacje wektora losowego W oddalone są od siebie o nie więcej niż ε, tzn.

$$C_W(\varepsilon) = P\{\|W_1 - W_2\| \le \varepsilon\} = \int\int I(s_1, s_2, \varepsilon) f_W(s_1) f_W(s_2) ds_2 ds_1, \tag{2}$$

gdzie W_1, W_2 są niezależnymi realizacjami wektora W, $\| \ \|$ jest normą „supremum", natomiast funkcja $I(s_1, s_2, \varepsilon) = \begin{cases} 1; & \|s_1 - s_2\| \le \varepsilon \\ 0; & \|s_1 - s_2\| > \varepsilon \end{cases}$.

Dla ustalonych opóźnień czasowych $lx, ly \ge 1$ niech X_{t-lx}^t oraz Y_{t-ly}^t oznaczają wektory opóźnień postaci $X_{t-lx}^t = (X_{t-lx}, ..., X_t)$ i $Y_{t-ly}^t = (Y_{t-ly}, ..., Y_t)$. Odwołując się do pojęcia wektorów opóźnień, Baek i Brock przeformułowali definicję przyczynowości w sensie Grangera. Według ich koncepcji X_t nie jest przyczyną Y_t, jeśli:

$$\begin{aligned} &P\left\{\|Y_t - Y_s\| < \varepsilon \,\middle|\, \|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon \right\} = \\ &= P\left\{\|Y_t - Y_s\| < \varepsilon \,\middle|\, \|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon \right\}, \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie $\| \ \|$ jest normą „supremum".

Niespełnienie warunku (3) oznacza, że $X_{t-lx}^{t-1} = (X_{t-lx}, ..., X_{t-1})$ może być pomocne w prognozowaniu Y_t. Ta interpretacja przyczynowości jest kluczowa dla rozważań zawartych w rozdziale trzecim niniejszego artykułu.

Niech C1, C2, C3 oraz C4 oznaczają następujące całki korelacyjne:

$$C1 = P\left\{\|Y_{t-ly}^t - Y_{s-ly}^s\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon \right\}, \tag{4a}$$

$$C2 = P\left\{\|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon, \|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\| < \varepsilon \right\}, \tag{4b}$$

$$C3 = P\left\{\|Y_{t-ly}^t - Y_{s-ly}^s\| < \varepsilon \right\}, \tag{4c}$$

$$C4 = P\left\{\|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\| < \varepsilon \right\}. \tag{4d}$$

Można udowodnić (np. Orzeszko, Osińska), że:

$$P\left\{\left\|Y_t - Y_s\right\| < \varepsilon \,\middle|\, \left\|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{s-1}\right\| < \varepsilon, \left\|X_{t-lx}^{t-1} - X_{s-lx}^{s-1}\right\| < \varepsilon\right\} = \frac{C1}{C2}, \quad (5)$$

oraz

$$P\left\{\left\|Y_t - Y_s\right\| < \varepsilon \,\middle|\, \left\|Y_{t-ly}^{t-1} - Y_{s-ly}^{t-1}\right\| < \varepsilon\right\} = \frac{C3}{C4}. \quad (6)$$

A wówczas wzór (3) równoważny jest formule $\frac{C1}{C2} = \frac{C3}{C4}$. (7)

Równanie (7) jest podstawą procedury testowania występowania zależności przyczynowych w szeregach czasowych (x_t) i (y_t).

Estymatorami całek korelacyjnych C1, C2, C3 oraz C4 są odpowiednio:

$$C1(n) = \frac{2}{n(n-1)} \sum\sum_{t<s} I(y_{t-ly}^{t}, y_{s-ly}^{s}, \varepsilon) I(x_{t-lx}^{t-1}, x_{s-lx}^{s-1}, \varepsilon), \quad (8a)$$

$$C2(n) = \frac{2}{n(n-1)} \sum\sum_{t<s} I(y_{t-ly}^{t-1}, y_{s-ly}^{s-1}, \varepsilon) I(x_{t-lx}^{t-1}, x_{s-lx}^{s-1}, \varepsilon), \quad (8b)$$

$$C3(n) = \frac{2}{n(n-1)} \sum\sum_{t<s} I(y_{t-ly}^{t}, y_{s-ly}^{s}, \varepsilon), \quad (8c)$$

$$C4(n) = \frac{2}{n(n-1)} \sum\sum_{t<s} I(y_{t-ly}^{t-1}, y_{s-ly}^{s-1}, \varepsilon), \quad (8d)$$

gdzie $t, s = \max(lx, ly) + 1, ..., T$, $n = T - \max(lx, ly)$, T – długość szeregów.

Hiemstra i Jones (1994) udowodnili, że dla dowolnych stacjonarnych, słabo zależnych i spełniających warunki Denkera i Kellera (1983), procesów X_t, Y_t oraz dla dowolnych $lx, ly \geq 1$ i $\varepsilon > 0$, jeśli X_t nie jest przyczyną Y_t, to:

$$TVAL \overset{df}{=} \frac{\sqrt{n}}{\sigma(lx, ly, \varepsilon)} \left(\frac{C1(n)}{C2(n)} - \frac{C3(n)}{C4(n)} \right) \sim N(0,1), \quad (9)$$

gdzie $\sigma(lx, ly, \varepsilon)$ i jej estymator są zdefiniowane w dodatku artykułu Hiemstry i Jonesa (1994).

Należy podkreślić, że metoda Hiemstry i Jonesa (H–J) identyfikuje zależności przyczynowe różnej natury. Z tego powodu w celu identyfikacji zależności nieliniowych, należy badaniu poddawać dane pozbawione zależności liniowych. Autorzy testu zalecają również, aby dokonać normalizacji danych i w teście rozważyć wartości ε pomiędzy 0.5 a 1.5.

3. Zastosowanie testu Hiemstry–Jonesa do identyfikacji autozależności w szeregach czasowych

W niniejszej pracy wykorzystano test H–J w odmienny sposób – do identyfikacji autozależności w szeregach czasowych. W tym celu przyjęto w teście za (x_t) (tzn. proces – „przyczynę") szereg złożony z przeszłych realizacji procesu (y_t) (tzn. procesu – „skutku"). Prowadzi to do weryfikacji istnienia w (y_t) autozależności o charakterze nieliniowym, które dają potencjalną możliwość prognozowania szeregu (y_t) w oparciu o jego przeszłość.

Badaniu poddano indeksy pochodzące z GPW w Warszawie, z okresu 2.01.2001-16.05.2007 (1600 obserwacji). Dla każdego z indeksów testowaniu poddano trzy szeregi: logarytmicznych stóp zmian, otrzymanych dla nich reszt z modeli ARMA oraz ARMA-GARCH. Zbadanie reszt z modeli ARMA daje możliwość stwierdzenia, czy ewentualnie wykryte zależności w szeregu stóp zmian mają charakter liniowy. W przypadku odpowiedzi negatywnej, przebadanie standaryzowanych reszt z modelu ARMA-GARCH umożliwia stwierdzenie, czy ta klasa modeli dobrze opisuje zidentyfikowaną nieliniowość.

W teście H–J przyjęto $\varepsilon = 1.5$ oraz $lx=ly$ równe kolejno $1,2,...,5$. Dla każdego z badanych szeregów (ozn. (a_t)) w procedurze testowania przyjęto dwa zestawy szeregów:

A) (y_t) – badany szereg (tzn. $y_t = a_t$), (x_t) – szereg jego pierwszych opóźnień (tzn. $x_t = a_{t-1}$),

B) (y_t) – szereg złożony z obserwacji o numerach parzystych (tzn. $y_t = a_{2t}$), (x_t) – szereg złożony z obserwacji nieparzystych (tzn. $x_t = a_{2t+1}$).

W pierwszym zestawie odrzucenie H_0 dla pewnej wartości $lx=ly$ oznacza, że efektywność prognozowania obserwacji a_t wzrośnie, gdy wiedza badacza o obserwacjach $a_{t-1}, a_{t-2}, ..., a_{t-lx}$ zostanie poszerzona o znajomość wartości a_{t-lx-1}. Ponieważ $lx \geq 1$, więc w ten sposób możliwe jest sprawdzenie istnienia w szeregu zależności między opóźnieniami co najmniej drugiego rzędu. Weryfikację istnienia zależności pomiędzy sąsiednimi obserwacjami umożliwia drugi zestaw, w przypadku którego odrzucenie H_0 oznacza, że wykorzystanie do prognozowania obserwacji $a_{2t}, a_{2t-2}, ..., a_{2t-2lx}$ prowadzi do gorszych rezultatów, niż wykorzystanie $a_{2t}, a_{2t-1}, a_{2t-2}, ..., a_{2t-2lx+1}, a_{2t-2lx}$. Przyjmując $lx = 1$ można zweryfikować, czy a_{2t-1} wpływa na a_{2t} pod warunkiem znajomości również a_{2t-2}. Wadą drugiego zestawu jest fakt, iż badane szeregi stają się dwa razy krótsze, co wpływa negatywnie na wiarygodność testu.

W pierwszej kolejności, przedstawioną powyżej procedurę testowania zastosowano do danych symulowanych. W tym celu, z odwzorowania logistycznego postaci $a_{t+1} = 4a_t(1-a_t)$, dla $a_0 = 0.7$, wygenerowano szereg chaotyczny złożony z 1599 obserwacji. W tabeli 1 zaprezentowano wyniki testowania zależności nieliniowych w tym szeregu, dla porównania zestawione z rezultatami otrzymanymi dla białego szumu. W każdej z komórek widoczna jest wartość wyrażenia *TVAL* (por. wzór 9). W główce tabeli, symbolami *A* i *B* oznaczono kolumny zawierające wyniki testu dla szeregów skonstruowanych odpowiednio wg procedur *A* oraz *B*. Symbole *, **, *** oznaczają odrzucenie H_0 o braku przyczynowości na poziomie, odpowiednio, 10%, 5% i 1%.

Tabela 1. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla białego szumu i odwzorowania logistycznego

lx=ly	Biały szum (*A*)	Biały szum (*B*)	Odwzor. logist (*A*)		Odwzor. logist (*B*)	
			szereg	GARCH(1,1)	szereg	GARCH(1,1)
1	-0.389	1.038	**-13.689*** **	**-3.606*** **	**4.262*** **	**4.141*** **
2	0.312	0.407	**4.681*** **	-0.533	**4.303*** **	**3.860*** **
3	0.286	0.051	**-3.803*** **	0.827	**4.379*** **	**3.088*** **
4	0.453	0.966	1.411	0.012	**3.654*** **	**2.189** **
5	0.102	-0.438	-1.023	-0.940	**3.105*** **	**2.136** **

Źródło: obliczenia własne.

Jak widać, w przypadku białego szumu test nie wykazał obecności zależności pomiędzy obserwacjami. Odmienny, a jednocześnie zgodny z oczekiwaniami, rezultat otrzymano dla odwzorowania logistycznego. Zarówno dla zestawu *A*, jak i *B*, test wykazał istnienie zależności w szeregu. Ponieważ dokonana analiza autokorelacji wskazała na brak zależności liniowych, więc otrzymane wyniki trafnie oznaczają nieliniowość. Model GARCH tylko w ograniczonym stopniu był w stanie opisać zidentyfikowane zależności. Z kolei w tabelach 2-11 zaprezentowano wyniki testu H–J dla indeksów giełdowych.

Tabela 2. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu WIG-BANKI

lx=ly	WIG-BANKI (*A*)			WIG-BANKI (*B*)		
	Stopy zmian	MA(1)	MA(1) GARCH(1,1)	Stopy zmian	MA(1)	MA(1)-GARCH(1,1)
1	-0.438	-0.542	**-3.949*** **	**1.666***	1.292	0.102
2	**3.011*** **	**3.027*** **	1.601	**2.248** **	**2.076** **	0.391
3	-0.137	0.182	**-1.861***	**2.501** **	**2.220** **	0.643
4	**1.813***	**1.658***	0.528	**2.671*** **	**2.276** **	0.225
5	1.136	1.190	-0.192	**3.352*** **	**2.826*** **	0.672

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu WIG-BUDOW

lx=ly	WIG-BUDOW (*A*)			WIG-BUDOW (*B*)		
	Stopy zmian	AR(1)	AR(1)-GARCH(2,1)	Stopy zmian	AR(1)	AR(1)-GARCH(2,1)
1	**2.631*** **	**2.694*** **	0.412	**3.477*** **	**2.852*** **	-0.944
2	**3.882*** **	**3.846*** **	**1.855***	**4.188*** **	**4.095*** **	0.982
3	0.821	1.201	-0.239	**4.553*** **	**5.462*** **	**2.150** **
4	**3.004*** **	**3.149*** **	1.227	**4.282*** **	**5.163*** **	**2.377** **
5	**1.941***	**1.980** **	0.493	**3.633*** **	**4.600*** **	1.563

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 4. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu WIG-INFO

lx=ly	WIG-INFO (*A*)			WIG-INFO (*B*)		
	Stopy zmian	AR(1)	AR(1)-GARCH(2,1)	Stopy zmian	AR(1)	AR(1)-GARCH(2,1)
1	**4.187*** **	**4.230*** **	-0.262	**3.183*** **	**3.383*** **	0.272
2	**4.069*** **	**4.128*** **	0.840	**4.172*** **	**4.185*** **	-0.024
3	**4.782*** **	**4.694*** **	1.245	**3.943*** **	**4.219*** **	0.485
4	**3.506*** **	**3.626*** **	-0.487	**4.290*** **	**3.628*** **	-0.432
5	**2.696*** **	**2.549** **	-0.430	**4.374*** **	**4.025*** **	0.081

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 5. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu MWIG40

lx=ly	MWIG40 (*A*)			MWIG40 (*B*)		
	Stopy zmian	ARMA(2,1)	ARMA(2,1)-GARCH(1,1)	Stopy zmian	ARMA(2,1)	ARMA(2,1)-GARCH(1,1)
1	**4.232*** **	**4.362*** **	0.469	**3.434*** **	**2.395** **	-0.295
2	**3.665*** **	**3.649*** **	-0.287	**3.586*** **	**2.728*** **	-1.109
3	**3.528*** **	**3.696*** **	1.625	**4.254*** **	**3.738*** **	-1.169
4	**4.566*** **	**4.514*** **	0.573	**4.778*** **	**4.344*** **	-0.668
5	**3.989*** **	**3.465*** **	0.373	**4.235*** **	**3.712*** **	-1.004

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 6. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu WIG-SPOZY

lx=ly	WIG-SPOZY (*A*)			WIG-SPOZY (*B*)		
	Stopy zmian	AR(2)	AR(2)-GARCH(1,1)	Stopy zmian	AR(2)	AR(2)-GARCH(1,1)
1	**4.126*** **	**3.949*** **	-0.796	**3.242*** **	**3.091*** **	0.503
2	**3.341*** **	**3.698*** **	**-1.687* **	**3.896*** **	**3.851*** **	-0.342
3	**3.808*** **	**3.870*** **	0.054	**4.501*** **	**4.498*** **	0.226
4	**3.588*** **	**3.486*** **	0.750	**4.783*** **	**4.823*** **	-0.019
5	**2.879*** **	**3.103*** **	-0.565	**4.519*** **	**4.625*** **	-0.855

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 7. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu SWIG80

lx=ly	SWIG80 (*A*)			SWIG80 (*B*)		
	Stopy zmian	ARMA(2,1)	ARMA(2,1) - GARCH(1,1)	Stopy zmian	ARMA(2,1)	ARMA(2,1) - GARCH(1,1)
1	**3.519*** **	**3.906*** **	1.180	**4.302*** **	**2.965*** **	1.162
2	**3.706*** **	**2.667*** **	0.272	**4.983*** **	**3.308*** **	0.995
3	**2.707*** **	**2.148** **	0.169	**5.262*** **	**3.433*** **	0.516
4	**2.748*** **	**2.006** **	0.003	**3.764*** **	**2.314** **	-0.961
5	**3.115*** **	**2.380** **	0.619	**2.980*** **	**1.779* **	-1.631

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 8. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu TECHWIG

lx=ly	TECHWIG (*A*)			TECHWIG (*B*)		
	Stopy zmian	AR(1)	AR(1)-GARCH(1,1)	Stopy zmian	AR(1)	AR(1)-GARCH(1,1)
1	**4.299*** **	**4.196*** **	-0.294	**3.160*** **	**4.068*** **	0.108
2	**4.393*** **	**4.804*** **	0.825	**4.104*** **	**4.788*** **	-0.037
3	**5.322*** **	**5.390*** **	**1.894* **	**4.236*** **	**5.325*** **	0.294
4	**4.018*** **	**4.158*** **	-0.223	**4.482*** **	**5.098*** **	0.359
5	**3.091*** **	**3.093*** **	-0.520	**4.873*** **	**5.303*** **	1.522

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 9. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu WIG-TELKO

lx=ly	WIG-TELKO (*A*)		WIG-TELKO (*B*)	
	Stopy zmian	GARCH(1,1)	Stopy zmian	GARCH(1,1)
1	**3.797*** **	0.264	**2.573** **	0.174
2	**3.273*** **	-1.121	**3.184*** **	-0.577
3	**3.728*** **	1.294	**3.489*** **	-0.162
4	**2.664*** **	0.155	**3.575*** **	-0.447
5	**3.372*** **	0.844	**3.360*** **	-0.393

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 10. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu WIG

lx=ly	WIG (*A*)			WIG (*B*)		
	Stopy zmian	AR(1)	AR(1)-GARCH(1,1)	Stopy zmian	AR(1)	AR(1)-GARCH(1,1)
1	0.997	1.026	**-2.321** **	0.825	0.711	-1.459
2	**3.401*** **	**3.368*** **	0.322	**2.179** **	**1.817* **	-1.107
3	**2.834*** **	**3.154*** **	0.301	**3.611*** **	**3.415*** **	0.409
4	**4.018*** **	**4.025*** **	**2.266** **	**4.053*** **	**2.892*** **	-0.486
5	**3.211*** **	**3.453*** **	0.338	**4.538*** **	**3.204*** **	-0.404

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 11. Wyniki testu Hiemstry-Jonesa dla indeksu WIG20

lx=ly	WIG20 (*A*)			WIG20 (*B*)		
	Stopy zmian	MA(1)	MA(1)-GARCH(1,1)	Stopy zmian	MA(1)	MA(1)-GARCH(1,1)
1	0.625	0.725	**-2.949*** **	0.755	0.671	**-2.084** **
2	**3.558*** **	**3.494*** **	0.658	**2.089** **	**2.147** **	-1.445
3	**2.816*** **	**3.034*** **	0.168	**3.297*** **	**3.261*** **	-0.417
4	**3.644*** **	**3.593*** **	1.621	**3.339*** **	**3.285*** **	-0.465
5	**3.140*** **	**3.146*** **	0.102	**4.301*** **	**4.153*** **	0.033

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku wszystkich przebadanych indeksów, test wykazał istnienie autozależności w szeregach stóp zmian[1]. Taki sam rezultat otrzymano dla reszt z modelu ARMA, co wskazuje na nieliniowy charakter zidentyfikowanych zależności. W większości wypadków przefiltrowanie modelem ARMA-GARCH zmniejszało (co do modułu) wartości statystyki *TVAL*, jednak w wielu wypadkach (WIG-BUDOW (*A*) i (*B*), WIG-SPOZY (*A*), TECHWIG (*A*), WIG (*A*)) model ten nie był w stanie całkowicie opisać charakteru zidentyfikowanych nieliniowości. Co więcej, w niektórych wypadkach (WIG-BANKI (*A*), WIG (*A*), WIG20 (*A*) i (*B*)) filtrowanie prowadziło do wzrostu wartości statystyki, co również może wskazywać, że wykryte zależności są innej natury niż proces GARCH.

Zidentyfikowanie nieliniowych zależności w szeregach oznacza potencjalną możliwość ich prognozowania. Oczywiście zastosowana w pracy metoda testowania nie daje żadnych wskazówek co do postaci modelu opisującego te zależności. Jednak należy sobie zdawać sprawę z faktu, że ze względu na bogactwo klasy funkcji nieliniowych próba znalezienia właściwego modelu może okazać się daremna. Z tego względu zasadne może być rozważenie innych metod prognozowania (por. np. Orzeszko, 2004). Jednak kwestia wyboru właściwej metody oraz jej zastosowanie do analizowanych w pracy danych, wykracza poza zakres niniejszego artykułu.

Literatura

Baek, E.G., Brock, W.A. (1992), A General Test for Nonlinear Granger Causality: Bivariate Model. *Technical Report*. Iowa State University and University of Wisconsin, Madison.

Denker, M., Keller, G. (1983), On U-statistics and von Mises' Statistics for Weakly Dependent Processes. *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, 64, 505-522.

Diks, C., Panchenko, V (2006), A New Statistics and Practical Guidelines for nonparametric Granger Causality Testing, *Journal of Economic Dynamics and Control,* 30, 1647-1669.

Granger, C.W.J. (1969), Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods. *Econometrica*, 37, 424-438.

Hiemstra, C., Jones, J.D. (1994), Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price Volume Relation. *Journal of Finance*, 49, 1639-1664.

Orzeszko, W. (2004) Krótkoterminowe prognozowanie chaotycznych szeregów czasowych, *Przegląd Statystyczny*, vol. 51, 115-127.

Orzeszko, W., Osińska, M., Analiza przyczynowości w zakresie zależności nieliniowych. Implikacje finansowe, w druku.

[1] Autozależności w szeregu istnieją, jeśli, dla choć jednej wartości *lx*, statystyka *TVAL* wpada do obszaru krytycznego (por. definicję przyczynowości – wzór 1).