

DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE

X Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 4–6 września 2007 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Alicja Ganczarek

Akademia Ekonomiczna w Katowicach

Analiza niezależności przekroczeń VaR na wybranym segmencie rynku energii

1. Wstęp

Rynek energii elektrycznej generalnie składa się z trzech segmentów: segmentu kontraktów, segmentu giełdowego oraz segmentu bilansującego. Obecnie nadal na polskim rynku energii większość umów realizowana jest w drodze kontraktów długoterminowych. Od lipca bieżącego roku ta sytuacja powinna się zmienić, ze względu na wygasające terminy umów i wymogi stawiane członkom Unii Europejskiej. Uwolnienie rynku energii z kontraktów długoterminowych powinno zwiększyć obroty handlu energią elektryczną na rynku konkurencyjnym. Od lipca 2000 roku rozwija się w Polsce segment giełdowy na Rynku Dnia Następnego (RDN) Towarowej Giełdy Energii S.A. Cena 1 MWh energii elektrycznej ustalana jest na RDN odrębnie dla każdej godziny dzień przed realizacją dostawy. Zatem każdego dnia ustalane są niezależnie 24 ceny 1 MWh energii elektrycznej. Są to ceny równowagi złożonych ofert kupna i sprzedaży. Przez pierwszy rok działalności RDN ceny energii elektrycznej w ciągu doby charakteryzowały się niewielkim zróżnicowaniem. Od momentu powstania Rynku Bilansującego (RB), który równoważy popyt i podaż na energię elektryczną w każdej godzinie, na RDN cena jak i wolumen obrotu charakteryzują się wyraźną zmiennością oraz cyklicznością w obrocie dziennym, tygodniowym jak również sezonowością w ciągu roku. Niemniej jednak wielkość obrotów energią elektryczną na TGE od momentu jej powstania nie przekroczyła 1,5% obrotu energią elektryczną w kraju. Zaletą RDN jest to, że producenci i odbiorcy energii elektrycznej mogą składać zarówno oferty kupna i sprzedaży, pozostając przy tym anonimowymi. Istnieje więc szansa, że po 1 lipca 2007 zwiększą się istotnie obroty na tym segmencie rynku.

Na RDN zmienność cen w ciągu jednej doby może przekraczać nawet 50%. Cena energii elektrycznej zależy w znacznym stopniu między innymi od: temperatury powietrza, siły wiatrów, zachmurzenia, opadów, wielkości obrotu oraz ilości wyprodukowanej energii. Ze względu na niemożliwość magazynowania energii elektrycznej jej cena zależy również od zapotrzebowania na nią w danej chwili. Złożoność procesu obrotu energią elektryczną wpływa w dużym stopniu na znaczne i szybkie zmiany cen energii elektrycznej. Wśród uczestników rynku energii elektrycznej istnieje zatem potrzeba zabezpieczenia się przed ryzykiem zmian cen.

Ze względu na charakter funkcjonowania RDN skoncentrowano się na oszacowaniu ryzyka zmiany ceny energii elektrycznej w poszczególnych godzinach doby z jednodniowym horyzontem czasu trwania inwestycji. Biorąc pod uwagę fakt, że ceny na rynkach mają tendencję do wspólnych zmian poziomów swoich wartości, zmienność cen na RDN opisano za pomocą indeksów RDN. Do oceny ryzyka zmiany ceny energii elektrycznej wykorzystano wartość narażoną na ryzyko oszacowaną w oparciu o klasyczne modele z warunkową wariancją.

Biorąc pod uwagę istotną autokorelację szeregów czasowych na rynku energii elektrycznej celem, jaki postawił sobie autor, jest ocena niezależności przekroczeń wartości narażonej na ryzyko (ang. *Value at Risk (VaR)*) na RDN.

2. Wartość narażona na ryzyko

W artykule poddano analizie ryzyko rynkowe rozpatrywane jako zagrożenie stratą, spowodowane nie osiągnięciem zamierzonych celów w wyniku podjętego działania lub zachowania istniejącego stanu rzeczy w określonym horyzoncie czasu. Do pomiaru tak rozumianego ryzyka wykorzystano wartość narażoną na ryzyko.

Wartość narażona na ryzyko (ang. *Value-at-Risk (VaR)*) jest to taka strata wartości, która z zadaniem prawdopodobieństwem $\alpha \in (0,1)$ nie zostanie przekroczona w określonym czasie Δt . Oznaczając przez Z_α kwantyl rzędu α logarytmicznych stóp zwrotu rozpatrywanego waloru, wartość narażoną na ryzyko można zapisać w następujący sposób (Jajuga, 2000):

$$VaR_\alpha = (e^{Z_\alpha} - 1)X_t. \quad (1)$$

gdzie: X_t – waloru w chwili t ,

Opisując szereg czasowy logarytmicznych stóp zwrotu modelem z warunkową wariancją równość (1) można zapisać analogicznie:

$$VaR_\alpha = (e^{F^{-1}(\alpha)\sqrt{h_t} + \mu} - 1)X_t, \quad (2)$$

gdzie: $F^{-1}(\alpha)$ – kwantyl rzędu α standaryzowanego rozkładu uwzględnionego przy szacowaniu warunkowej zmienności $\sqrt{h_t}$.

Testowanie wsteczne modelu (ang. *back testing*) jest jedną z metod weryfikacji poprawności modeli wartości zagrożonej, w którym do oceny efektywności estymacji VaR_α wykorzystuje się najczęściej szereg przekroczeń (ang. *hit function*) $[I_{t+1}(\alpha)]_{t=1}^{t=T}$ (Christoffersen, 1998, Kupiec, 1995, Piontek, 2005):

$$I_{t+1}(\alpha) = \begin{cases} 1 & z_{t+1} \leq -VaR_t(\alpha) \\ 0 & z_{t+1} > -VaR_t(\alpha) \end{cases}, \quad (3)$$

gdzie T – długość szeregu czasowego.

Do najczęściej stosowanych testów tego rodzaju można zaliczyć:

- test ilości przekroczeń VaR_α (ang. *Proportion of Failures Test – POF*) zaproponowany w 1995 roku przez Kupca (1995);
- test niezależności przekroczeń VaR_α (ang. *Independence Test – IND*) zaproponowany w 1998 roku przez Christoffersena.

Dla ustalonej wielkości próby teoretyczna liczba przekroczeń ma rozkład dwumianowy. Sprawdzeniem hipotezy, że w_{VaR_α} – udział przekroczeń VaR_α – jest zgodny z zakładanym poziomem α , jest test ilorazu wiarygodności oparty o statystykę (Kupiec, 1995):

$$LR_{POF} = -2 \ln \left\{ \frac{(1-\alpha)^{T-N} \alpha^N}{\left[\left(1 - \frac{N}{T}\right)^{T-N} \left(\frac{N}{T}\right)^N \right]} \right\} \sim \chi_1^2, \quad (4)$$

gdzie N jest liczbą przekroczeń VaR_α przy długości szeregu T .

Wykorzystując ideę łańcuchów Markowa Christoffersen zaproponował statystykę testową niezależności przekroczeń VaR_α postaci (Christoffersen, 1998):

$$LR_{IND} = -2 \ln \left\{ \frac{(1-\bar{\alpha})^{N_{00}+N_{10}} \bar{\alpha}^{-N_{01}+N_{11}}}{(1-\hat{\alpha}_{01})^{N_{00}} \hat{\alpha}_{01}^{N_{01}} (1-\hat{\alpha}_{11})^{N_{10}} \hat{\alpha}_{11}^{N_{11}}} \right\} \sim \chi_1^2, \quad (5)$$

gdzie N_{ij} oznacza liczbę okresów, w których $I_t = j$ pod warunkiem, że

$$I_{t-1} = i; \quad \alpha_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_{i0} + N_{i1}}; \quad \bar{\alpha}_i = \frac{N_{01} + N_{11}}{T}.$$

3. Analiza niezależności przekroczeń VaR na RDN

Na polskim rynku energii elektrycznej TGE podaje do publicznej wiadomości informacje dotyczące notowań RDN. Obejmują one kursy cen energii elektrycznej, wolumen obrotów, wartości indeksów: Indeksu Rynku Dnia Następnego (IRDN) oraz Indeksu Wieczornych Godzin Szczytowych Rynku Dnia Następnego (SRDN). IRDN wyznaczany jest na każdy dzień jako średni ważony obrotem kurs z wszystkich godzin doby. Wartości indeksu SRDN odzwierciedlającego średni kurs energii w godzinach 19-21 na RDN charakteryzują się wyższą wartością przeciętną oraz większą zmiennością w porównaniu z wartościami IRDN.

Do oceny ryzyka zmiany ceny na RDN wykorzystano modele autoregresyjne indeksów na energię elektryczną. Dysponując notowaniami 24 cen energii elektrycznej oraz wartościami IRDN i SRDN każdego dnia od marca 2003 do marca 2005, ze względu na sezonowość energii elektrycznej rozważono wszystkie notowania w czterech okresach roku kalendarzowego:

- 1) okres letni: 30.03.03 – 25.10.03;
- 2) okres zimowy: 26.10.03 – 27.03.04;
- 3) okres letni: 28.03.04 – 30.10.04;
- 4) okres zimowy: 31.10.04 – 26.03.05.

Niezależnie w każdym okresie badawczym, korzystając z wyników analizy głównych składowych, przeprowadzono klasyfikację 24 cen energii elektrycznej na RDN (Ganczarek, 2003). Następnie w każdej grupie godzin oszacowano średnią dzienną cenę 1MWh energii elektrycznej ważoną wolumenem obrotu energią elektryczną. W ten sposób wyznaczono nową grupę indeksów (Ganczarek, 2007). Analiza ryzyka zmiany ceny została przeprowadzona na szeregach czasowych dziennych logarytmicznych stóp zwrotu poszczególnych indeksów niezależnie w czterech okresach badawczych.

Rozpatrywane rozkłady charakteryzują się leptokurtycznością, grubymi ogonami oraz skośnością. W oparciu o wartości statystyk Kołmogorowa oraz Andersona-Darlinga brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy, że rozkłady empiryczne stóp zwrotów indeksów mają rozkład GED. Następnie szeregi czasowe indeksów opisano za pomocą modeli GARCH(1,1) z warunkowym rozkładem GED. Bazując na wynikach estymacji modeli autoregresyjnych, wyznaczono wartości narażone na ryzyko z jednodniowym horyzontem czasu trwania inwestycji (Ganczarek, 2006, 2007).

Aby ocenić efektywność wykorzystanych do estymacji ryzyka miar, sprawdzono na poziomie istotności 0.05 hipotezę, że udział przekroczeń VaR jest zgodny z oczekiwanym (patrz wzór (4)) oraz, że przekroczenia VaR nie są ze sobą skorelowane (patrz wzór (5)). Wartości statystyk testowych (4) oraz (5) zamieszczono w tabeli 1. Dla oszacowanych wartości narażonych na ryzyko w każdej grupie godzin, zarówno dla pozycji długiej jak i krótkiej, wartości statystyk testowych są niewielkie. Jedynie w sześciu przypadkach (wartości statystyki Kupca zostały zaznaczone pogrubioną czcionką) udział przekroczeń VaR

różni się istotnie od zakładanego. W przypadku analizy niezależności przekroczeń *VaR*, odnotowano niewiele przypadków, w których przekroczenia *VaR* występowały dzień po dniu. Puste komórki tabeli 1 świadczą o tym, że nie odnotowano w ogóle takiej sytuacji w badanych okresach.

Tabela 1. Wyniki analizy wstecznej modeli wyznaczania wartości zagrożonej¹

Indeksy	$\alpha = 0.05$			$\alpha = 0.95$		
	w_{VaR_α}	LR_{POF}	LR_{IND}	w_{VaR_α}	LR_{POF}	LR_{IND}
IRDN	0.05	0.04	0.28	0.08	2.74	
SRDN	0.07	1.89	0.75	0.05	0.04	
<i>IRDN</i> ₇₋₁₉	0.05	0.02		0.09	4.84	
<i>IRDN</i> ₂₀₋₂₁	0.06	0.25		0.06	0.64	
<i>IRDN</i> _{6,22-24}	0.04	0.63		0.08	2.74	
<i>IRDN</i> ₁₋₅	0.04	0.63	1.10	0.04	0.21	
IRDN	0.05	0.02		0.05	0.02	
SRDN	0.07	0.70		0.08	2.24	
<i>IRDN</i> ₁₇₋₂₁	0.06	0.24		0.07	0.70	
<i>IRDN</i> ₉₋₁₆	0.08	3.29	0.71	0.07	1.37	
<i>IRDN</i> _{7,8,22-24}	0.07	1.37	0.06	0.07	0.70	
<i>IRDN</i> ₁₋₆	0.09	4.50	0.08	0.06	0.24	
IRDN	0.04	0.84		0.06	0.92	0.15
SRDN	0.05	0.00	0.31	0.08	4.25	0.12
<i>IRDN</i> _{7-18,22}	0.04	0.84		0.07	2.31	0.00
<i>IRDN</i> ₁₉₋₂₁	0.05	0.00	0.31	0.08	4.25	0.12
<i>IRDN</i> _{6,23,24}	0.08	3.21		0.06	0.14	
<i>IRDN</i> ₁₋₅	0.08	4.25	0.12	0.06	0.92	0.01
IRDN	0.07	1.07		0.06	0.10	
SRDN	0.06	0.47		0.06	0.10	
<i>IRDN</i> ₁₇₋₂₁	0.05	0.00		0.07	1.07	
<i>IRDN</i> ₉₋₁₆	0.06	0.47		0.07	1.07	
<i>IRDN</i> _{7,8,22-24}	0.07	1.07		0.07	1.07	
<i>IRDN</i> ₁₋₆	0.11	8.66		0.04	0.21	

Źródło: obliczenia własne.

Zatem na mocy analizowanych testów – testu ilości oraz niezależności przekroczeń – można stwierdzić, że model GARCH(1,1) z rozkładem GED efektywnie opisuje ryzyko zmiany ceny energii elektrycznej na RDN. Cykliczność

¹ Wartość krytyczna odczytana z tablic rozkładu χ^2 : $\chi^2_{0.05;1} = 3.841$.

zapotrzebowania na energię elektryczną w ciągu dnia wpływa na ocenę ryzyka zmiany ceny w poszczególnych grupach godzin, dlatego istnieje potrzeba analizowania ryzyka odrębnie w poszczególnych grupach. Z drugiej strony ceny w ciągu dnia, a tym samym ryzyko, są ze sobą silnie skorelowane, zatem nie jest konieczne analizowanie 24 godzin.

Literatura

- Christoffersen, P. (1998), Evaluating interval forecasts, *International Economic Review*, 39, 841–862.
- Ganczarek, A. (2003), Klasyfikacja polskiego rynku energii, *Inżynieria Ekonomiczna w Badaniach Społeczno-Gospodarczych*, Politechnika Rzeszowska, 51–66.
- Ganczarek, A. (2006), Wykorzystanie modeli zmienności wariancji GARCH w analizie ryzyka na RDN, *Prace Naukowe AE w Katowicach: Modelowanie Preferencji a Ryzyko '06* (red. Trzaskalik T.), 357–371.
- Ganczarek, A. (2007), Modele autoregresyjne indeksów na Rynku Dnia Następnego, referat wygłoszony na Konferencji SEMPP 07 i skierowany do recenzji.
- Jajuga, K. (red.), (2000), *Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego*, AE, Wrocław.
- Kupiec, P. (1995), Techniques for verifying the accuracy of risk management models, *Journal of Derivatives*, 2, 173–184.
- Piontek, K. (2005), Przegląd i prognozowanie oceny modeli VaR, *Innowacje w finansach i ubezpieczeniach – metody matematyczne, ekonometryczne i informatyczne 2005*.