

DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE

IX Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 6–8 września 2005 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Marcin Błazejowski

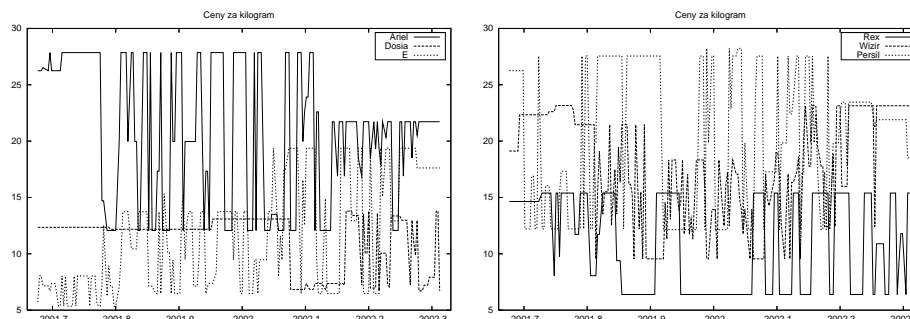
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Model opisu „bąbla promocyjnego”: identyfikacja, analiza oraz wykorzystanie

1. Charakterystyka zjawiska „bąbla promocyjnego”

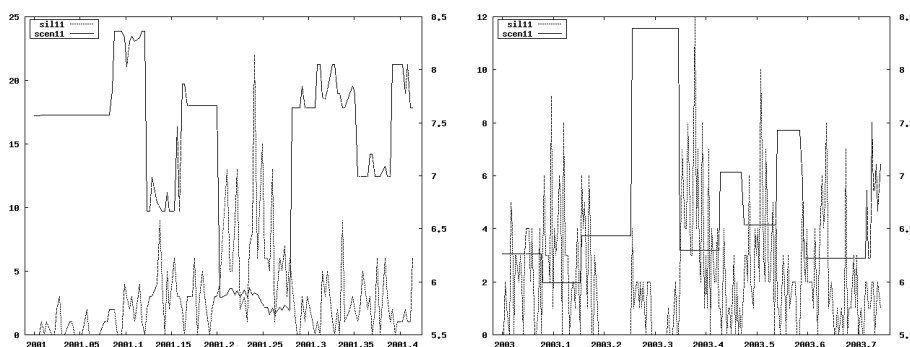
Zjawisko krótkookresowych zaburzeń układu cen stosowane jest powszechnie na wielu rynkach, szczególnie rynkach konsumenta. Promocje sprzedaży wprowadzane są zarówno przez producentów (wówczas najczęściej mają charakter globalny i połączone są z szeroko zakrojona akcja informacyjna w mediach) jak i przez sieci sprzedaży i dotyczyć mogą produktów nowo wprowadzanych na rynek jak również chęci wyprzedzący zapasów. Na rysunku 1 przedstawione są wykresy cen wybranych marek proszków do prania przeliczone na jednostkę masy. W prezentowanym okresie łączna sprzedaż małych i średnich opakowań proszków do prania w segmencie detalicznym wyniosła 19681 sztuk, w tym łączna sprzedaż wybranych marek stanowiła 81%.

Ponieważ rynek jest rynkiem konsumenta, stosowane akcje promocyjne mają przejściowy i cykliczny charakter, co wynika m.in. z tego, iż rynek pozostaje w stanie równowagi dynamicznej. W efekcie nagłe, przejściowe i głębokie obniżki cen produktów można traktować jako świadomą próbę przejściowego wytracenia rynku z równowagi dynamicznej i wykorzystanie wysokich wartości współczynników elastyczności cenowej do okresowego zwiększenia ilości sprzedawanych opakowań. Takie zjawisko nazywać będziemy „bąblem promocyjnym”. Z punktu widzenia analizy w/w efektów moment zaistnienia bąbla można potraktować jako impuls rynkowy. Na rysunku 2 przedstawione są dwa przykładowe „bąble promocyjne”, jakie w analizowanym przykładzie wystąpiły dla proszku Wizir.



Rys. 1. Cena za kilogram wybranych marek proszków do prania w układzie średnich opakowań w okresie 2001.09.05-2002.04.25 (n=200)

Pewnego rozstrzygnięcia wymaga kwestia identyfikacji okresu występowania impulsu cenowego. Wiele promocji sprzedaży polega na pośrednim obniżeniu ceny danego produktu poprzez dołączenie produktu bonusowego lub sprzedaż produktów w układzie „2 w 1” czy nawet „3 w 1”. Z tego powodu w celu identyfikacji okresu występowania promocji ceny nominalne produktów należy przeliczyć na ceny za jednostkę opakowania (masy, objętości, itd.). Okresy, w których występują okresowe obniżki cen to właśnie „bąble promocyjne”.



Rys. 2. Przykładowe bąble promocyjne dla proszku Wizir

2. Modelowanie efektu „bąbla promocyjnego”

2.1. Modele odpowiedzi rynku oraz funkcje odpowiedzi impulsowych

Ujęcie efektu „bąbla promocyjnego” jako zjawiska impulsowego w naturalny sposób sugeruje wykorzystanie narzędzi analizy ekonometrycznej należących do szerokiej klasy modeli odpowiedzi rynku (MOR). Jednym z podejść MOR jest potraktowanie rynku jako pewnego systemu z wieloma wejściami

oraz jednym wyjściem. Wówczas model odpowiedzi rynku będzie pewną funkcją transferową, którą można zapisać w następujący sposób¹:

$$Y_t = c + \sum_i \frac{A_i(L)}{B_i(L)} L^{b_i} X_{it} + \frac{\Theta(L)}{\Phi(L)} \varepsilon_t \quad (1)$$

gdzie:

$A(L), B(L)$ są operatorami o rzędzie odpowiednio s oraz r ,

X_{it} jest macierzą zmiennych wejściowych,

ε_t jest procesem resztowym.

Wszystkie procesy są stacjonarnymi i odwracalnymi procesami ARMA. Warto zwrócić uwagę, iż model (1) w istocie posiada charakter modelu zgodnego w sensie prof. Zielińskiego². O funkcji transferowej $\frac{A_i(L)}{B_i(L)} L^{b_i}$ mówi się, że jest

rzędu (r, s, b) . Model (1) można także przedstawić w formie uproszczonej, tzw. formie odpowiedzi impulsowej (*impulse response form*)³:

$$Y_t = c + V_1(L)x_{1t} + V_2(L)x_{2t} + \dots + \eta_t \quad (2)$$

Operatory $V_i(L)$ są skończone, gdy $r = 0$ oraz nieskończone gdy $r > 0$,

$\eta_t = \frac{\Theta(L)}{\Phi(L)} \varepsilon_t$. Opis procedury estymacji parametrów funkcji (2) opisany jest m.in. w Stawicki (1994) oraz w Hanssens (1990).

Model (1) oraz jego uproszczona forma (2) są modelami jednorównaniowym. Wydaje się, że przyjęcie takiej formy modelu do opisu efektów promocyjnych na rynku konsumenta byłoby zbyt dużym uproszczeniem, szczególnie w analizie na podstawie danych dziennych. Skomplikowanie związków występujących na tym rynku oraz krótkie okresy występowania promocji⁴ nie będą możliwe do opisanego przy pomocy modelu jednorównaniowego. Ponieważ system jest w stanie równowagi oraz rynek jest rynkiem konsumenta, pomiędzy różnymi markami proszków będzie występować silna substytucja⁵. Ponadto należy zwrócić uwagę na fakt, iż producenci proszków do prania posiadają w jednym czasie w swojej ofercie równocześnie kilka marek. Można przypuszczać, iż w takiej sytuacji akcje promocyjne prowadzone przez producentów będą uwzględniały niekorzystne zjawisko substytucji marek w ramach jednego producenta i będą wprowadzane w takich sekwencjach czasowych, aby to zjawisko w maksymalnym stopniu zminimalizować. Zatem impuls cenowy pojawiający się w jednej z marek będzie miał wpływ na sprzedaż wszystkich marek na ryn-

¹ Por. Stawicki (1994), s. 22, Hanssens (1990), s. 140.

² Por. Zieliński (1991).

³ Por. Hanssens (1994), s. 143.

⁴ Często się zdarza, iż promocje są wprowadzane na okres 2-3 dni.

⁵ Czego efektem będą wysokie wartości współczynników elastyczności cenowej.

ku. Wobec powyższego w celu prawidłowego określenia wszystkich parametrów funkcji odpowiedzi impulsowej należy zbudować model wielorównaniowy. Wykorzystana w tym celu metodologia modelowania powinna móc uwzględnić typowe dla badanych zjawisk charakterystyki procesów, tj. niestacjonarność w średniej, ze szczególnym uwzględnieniem analizy cykliczności⁶. Przy konstrukcji wielorównaniowego modelu odpowiedzi rynku można wykorzystać 2 metodologie:

- strukturalny model wielorównaniowy, w którym parametry odpowiedzi impulsowych można wyznaczyć jako efekty mnożnikowe,
- metodologie wektorowej autoregresji.

W zaprezentowanym przykładzie empirycznym wykorzystano metodologie VAR.

2.2. Funkcje impulsowe w modelach VAR

Impulsy cenowe, wprowadzane przez producentów oraz sieci sprzedaży, pojawiają się w różnych dniach tygodnia. Ponieważ tygodniowa cykliczność sprzedaży jest w badanych szeregach zauważalna⁷ można oczekiwać, iż przesunięcie reakcji sprzedaży (τ) będzie występowało. Niemniej jednak nie można wykluczyć sytuacji zaistnienia impulsu np. w piątek rano, przez co reakcja sprzedaży będzie jednoczesna z momentem wprowadzenia zaburzenia. Wydaje się więc, iż w celu opisu rynku należy wykorzystać strukturalny model VAR postaci⁸:

$$Bx_t = \Gamma_0 D_t + \Gamma_1 x_{t-1} + \Gamma_2 x_{t-2} + \dots + \Gamma_k x_{t-p} + \xi_t \quad (3)$$

gdzie:

x_t wektor obserwacji wszystkich zmiennych modelu,

D_t wektor deterministycznych składników równania,

Γ_0 macierz parametrów przy zmiennych wektora D_t ,

B macierz przy bieżących wartościach zmiennych x_t ,

Γ_i macierze parametrów przy opóźnionych wartościach zmiennych x_t ,

ξ_t wektor zakłóceń losowych modelu strukturalnego.

Mnożąc równanie (3) lewostronnie przez B^{-1} oraz dokonując następujących podstawień: $\Psi_i = B^{-1}\Gamma_i, i = 1, 2, \dots, p$ oraz $e_t = B^{-1}\xi_t$ otrzymuje się model VAR w postaci standardowej:

$$x_t = \Psi_0 D_t + \Psi_1 x_{t-1} + \Psi_2 x_{t-2} + \dots + \Psi_k x_{t-p} + e_t \quad (4)$$

⁶ Problem identyfikacji wewnętrznej struktury procesów dla danych dziennych omówiony jest m.in. w Kufel (1997), s. 1–6.

⁷ Ze szczególnym efektem piątku oraz soboty.

⁸ Por. Kusideł (2000), s. 35 oraz Osińska (2002), s. 139.

Model (4) jest zatem bezpośrednim rozszerzeniem formy odpowiedzi impulsowej (2) na przypadek wielorównaniowy. Wykorzystując związek między macierzami wariancji – kowariancji modeli (3) i (4):

$$\Sigma_{\xi} = B\Sigma_e B^T$$

gdzie:

Σ_{ξ} diagonalna macierz wariancji – kowariancji zakłóceń modelu (3),

Σ_e macierz wariancji – kowariancji zakłóceń modelu (4),

przekształca się model postaci (4) do postaci strukturalnej, w której występują „ortogonalne innowacje”⁹. W efekcie estymacji poddaje się układ VAR dla postaci (4). Funkcje odpowiedzi rynku konstruuje się przekształcając model VAR w jego nieskończoną reprezentację średniej ruchomej VMA¹⁰:

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} A_i e_{t-1} + \sum_{i=0}^{\infty} G_i \omega_{t-i}, i = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$

gdzie:

$$A_i = \Phi_1 A_{i-1} + \Phi_2 A_{i-2} + \dots + \Phi_p A_{i-p}, i = 1, 2, \dots$$

Wyznaczenia parametrów funkcji impulsowej można dokonać wykorzystując metodę dekompozycji Choleskiego. W przykładzie empirycznym skorzystano właśnie z tej metody, wszystkie obliczenia zostały wykonane z wykorzystaniem wolno dostępnego programu GRETL (GNU Regression, Econometrics and Time-series Library, <http://gretl.sourceforge.net> lub <http://www.kufel.torun.pl>).

3. Przykład empiryczny

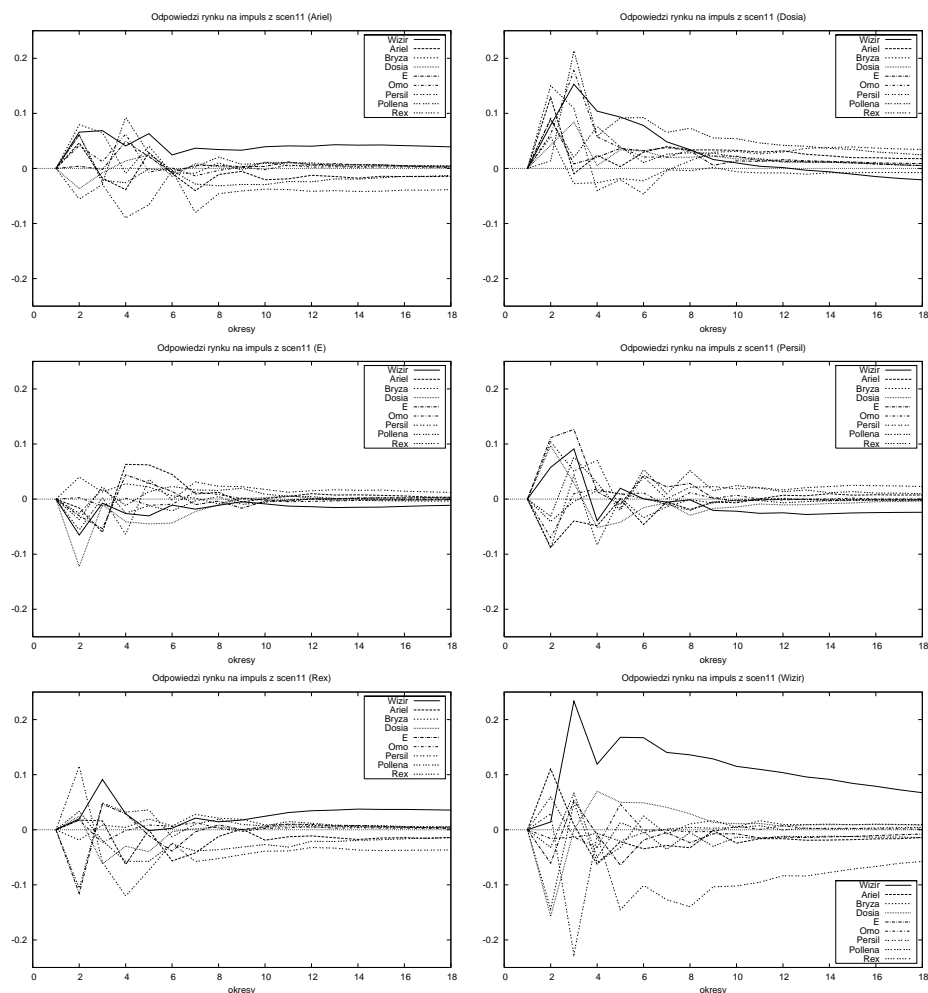
Zasadniczym założeniem niniejszej analizy jest to, iż analizowany rynek jest w stanie równowagi oraz że rynek ten ma zdolność powrotu do stanu równowagi po okresie trwania promocji. Powinno się to przejawiać m.in. zanikającymi do zera funkcjami odpowiedzi na impuls. Takie zachowanie funkcji będzie także oznaczało stacjonarność zmiennych modelu¹¹.

W przykładzie wykorzystano dane pochodzące z jednego z toruńskich supermarketów. Analizie poddane zostały szeregi czasowe dziennej sprzedaży wybranych marek proszków do prania z podziałem na 2 grupy opakowaniowe, tj. małych opakowań (0;720g] oraz średnich opakowań (720g;3kg], w dwóch okresach, tj. 2001.09.05 - 2002.04.25 oraz 2003.04.10 - 2003.11.28 ($n = 200$).

⁹ Por. Kusideł (2000), s. 36 oraz Charemza, Deaman (1997), s. 156.

¹⁰ Por. Pesaran, Shin (1998), s. 18.

¹¹ Por. Kusideł (2000), s. 38.



Rys. 3. Zmiany ilości sprzedanych średnich opakowań wybranych 6 marek proszków do prania w odpowiedzi na 20% impulsy cenowe w okresie 2001.09.05–2002.04.25

Oszacowano modele VAR(3) oraz VAR(6) z uwzględnieniem składnika trendowo – cyklicznego, przy czym stopień wielomianu zmiennej czasowej oraz zasadność włączenia do analizy macierzy zero-jedynkowych reprezentujących cykliczność w układzie dekadowym oraz tygodniowym oceniono na podstawie badania wewnętrznej struktury procesów sprzedażowych. Wyniki estymacji parametrów modeli dały zadowalające rezultaty, reszty modeli charakteryzowały się brakiem autokorelacji oraz rozkładem normalnym¹².

Na rysunku 3 przedstawione są zmiany ilości sprzedanych średnich opakowań wybranych marek proszków do prania w odpowiedzi na impulsy wielkości 20%

¹² W kilku przypadkach proces resztowy nie posiadał rozkładu normalnego, jednak dodatkową zmienność udało się opisać modelem ARCH.

średniej ceny poszczególnych marek w badanym okresie. Funkcje odpowiedzi impulsowych prezentowane są w układzie:

impuls cenowy obserwowany w cenie jednej marki → odpowiedź całego rynku

Wszystkie funkcje odpowiedzi są wyraźnie gasnące, co świadczy o zanikającym w czasie efekcie impulsu cenowego na rynku oraz potwierdza, iż system jest stabilny.

4. Podsumowanie

W zaprezentowanych przykładach impuls rynkowy wywołany zmianą ceny jednego produktu miał skutki w wahaniach sprzedaży (*carry over*) nie dłużej niż 1,5 tygodnia (w układzie tygodnia 6-cio dniowego). Przesunięcie reakcji (τ) rynku na impuls (maksymalne wychylenie sprzedaży) mieściło się w okresie od 2 do 4 dni. Wszystkie odpowiedzi na impuls miały tendencje do zanikania, co świadczy o zasadności przyjętego założenia, iż analizowany rynek pozostaje w stanie równowagi. Dla zmiennej najbardziej endogenicznej (Wizir) nie stwierdzono występowania reakcji równoczesnej z zaistnieniem impulsu, może to jednak wynikać z faktu, iż w badanym okresie impulsy w tej marce pojawiały się w środku tygodnia, co w zestawieniu ze stwierdzonym silnym efektem piątku (0,249356) może skutkować cyklicznym przesunięciem efektu lub po prostu być efektem dyfuzji informacji. Niestety, wyniki uzyskane przy pomocy dekompozycji Choleskiego są zależne od kolejności równań modelu¹³. W związku z tym pojawiające się pojęcie „zmiennej najbardziej endogenicznej” oraz „zmiennej najbardziej egzogenicznej” wprowadza do analizy element uznaniowy. Wyeliminowanie problemu znaczenia kolejności równań można dokonać m.in. w następujący sposób:

- wykonanie serii testów przyczynowości i uporządkowanie równań modelu,
- zastosowanie uogólnionej metody analizy odpowiedzi impulsowych zaproponowanej przez Pesaran'a oraz Shin'a,
- budowa strukturalnego modelu wielorównaniowego o równaniach współzależnych.

Stosowane w analizie strukturalnych modeli VAR testy przyczynowości, np. test przyczynowości Granger'a, „należy rozumieć w kontekście korelacji między badanymi procesami ekonomicznymi, zatem decyzje o tym, czy badana relacja ma charakter przyczynowy podejmuje badacz.”¹⁴. Do wyników tych analiz należy zatem podchodzić z rezerwą. Być może prawdziwe jest zdanie: „Natychniastowa przyczynowość nie istnieje, ponieważ zawsze mija pewien czas między niezależnymi działaniami”¹⁵, a wówczas model wielorównaniowy opi-

¹³ Por. Pesaran, Shin (1998), s. 17.

¹⁴ Por. Osińska (2002), s. 141.

¹⁵ Por. Charemza, Deaman (1997), s. 157.

sujący badany rynek nigdy nie będzie modelem o równaniach współzależnych i brak efektu jednoczesnego będzie naturalnym zjawiskiem.

Przedstawiona w niniejszym artykule analiza bąbli promocyjnych nie wyczerpuje tematu. Naturalnym kierunkiem dalszych badań nad tymi zjawiskami jest budowa strukturalnego modelu wielorównaniowego i porównanie uzyskanych wyników, w tym wyznaczonych wartości mnożników, z wynikami uzyskanymi przy użyciu metodologii wektorowo – autoregresyjnej.

Literatura

- Charemza, W., Deaman, D. (1997), *Nowa ekonometria*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Hanssens, D., Parsons, L., Schultz, R. (1990), *Market response models: econometric and Time Series Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/ London.
- Kufel, T. (1997), Identyfikacja struktury procesów ekonomicznych dla danych dziennych, *Dynamiczne modele ekonometryczne*, Wyd. UMK Toruń.
- Kusideł, E. (2000), *Modele wektorowo-autoregresyjne VAR. Metodologia i zastosowania, Dane panelowe i modelowanie wielowymiarowe w badaniach ekonomicznych*, Absolwent, Łódź.
- Osińska, M. (2002), Modele wielowymiarowych szeregów czasowych, [w:] *Analiza szeregów czasowych na początku XXI wieku*, Wyd. UMK Toruń, 137–151.
- Pesaran, H.H., Shin, Y. (1998), Generalized impulse response analysis in linear multivariate models, *Economic Letters*, 17–29.
- Stawicki, J. (1994), Transfer function model for changes of quantity deposits, *Dynamic econometric models*, vol. 1, Wyd. UMK Toruń.
- Zielinski, Z. (1991), *Liniowe modele ekonometryczne jako narzędzie opisu i analizy przyczynowych zależności zjawisk ekonomicznych*, Wyd. UMK Toruń.