

## DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE

IX Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 6–8 września 2005 w Toruniu  
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

---

*Mirosław Wójciak, Aleksandra Wójcicka*

*Akademia Ekonomiczna w Katowicach, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu*

### Analiza porównawcza dynamiki zmian oceny ryzyka kredytowego

#### 1. Uwagi wstępne

Jedną z najważniejszych kategorii ryzyka w działalności banków jest ryzyko kredytowe. Ryzyko to można zdefiniować jako *możliwość niedotrzymania warunków umowy przez drugą stronę kontraktu, co oznacza, iż strona narażona na ryzyko nie otrzyma w oczekiwanym terminie płatności określonej warunkami kontraktu*<sup>1</sup>. Wynika z tego, że podstawową częścią tego ryzyka jest niewywiązanie się ze swoich zobowiązań partnera transakcji. Wśród metod pomiaru ryzyka kredytowego można wyodrębnić klasyczne metody, tj. systemy eksperckie, systemy ratingowe, metody punktowe (*scoring methods*), sieci neuronowe oraz analiza skupień, a także nowe podejścia do pomiaru tego ryzyka: metoda oparta na modelu wyceny opcji (model firmy MKMV), metodę wyceny neutralnej względem ryzyka (model Loan Analysis System), metody ubezpieczeniowe (modele wymieralności oraz Credit Risk Plus). Wszystkie wymienione modele zaliczają się do tzw. modeli niedotrzymania warunków kontraktu (*default models*), które koncentrują się na określeniu prawdopodobieństwa niedotrzymania warunków kontraktu lub na zaliczeniu danego podmiotu gospodarczego do określonej grupy ryzyka kredytowego.

Celem artykułu jest porównanie tradycyjnej koncepcji oraz nowych podejść modelowania ryzyka kredytowego. Porównując wybrane modele starano się zaznaczyć z jakim wyprzedzeniem czasowym oba modele wskazują na pogarszającą się sytuację ekonomiczną-finansową podmiotów gospodarczych. Badanie

---

<sup>1</sup> Jajuga K. (2004), s. 119.

przeprowadzono na podstawie danych wybranych spółek branży budowlanej notowanych na Giełdzie Papierów w Warszawie w latach 2000-2004.

## 2. Metody oceny ryzyka kredytowego

W pracy wykorzystano dwie metody oceny ryzyka kredytowego tj. dynamiczną wielowymiarową analizę porównawczą (DWAP) oraz metodę oceny ryzyka kredytowego opartą na modelu wyceny opcji tzw. model Moody's KMV (MKMV). Pierwszy z wymienionych modeli można zaliczyć do tradycyjnych metod oceny ryzyka kredytowego, a drugi do nowych podejść pomiaru ryzyka kredytowego. Oba modele są modelami: ogólnymi – mają zastosowanie w przypadku dowolnego podmiotu gospodarczego; opisowymi, czyli skupiają się one tylko i wyłącznie na poziomie ryzyka kredytowego oraz jego skutkach; dynamicznymi – dane do ich konstrukcji pochodzą z wielu okresów. W przypadku analizy wielowymiarowej użyto danych kwartalnych, a w przypadku modelu wyceny opcji – danych dziennych oraz kwartalnych. Oba modele różnią się użytymi miarami ryzyka tj. wynikiem zastosowania DWAP jest podział na klasy ryzyka kredytowego, a modelu MKMV – prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków umowy. Porównując obie metody pomiaru ryzyka szczególną uwagę zwrócono na horyzont czasowy z jakim wskazują one na pogarszającą się kondycję ekonomiczno-finansową spółek. Wyliczając wartość rynkową aktywów oraz ich zmienność (model MKMV) oraz wskaźniki finansowe (wielowymiarowa analiza porównawcza) przyjęto poziom odpowiednich zmiennych z okresu poprzedniego. To podejście jest bliższe realnym możliwościom zastosowania modelu, gdyż w danym momencie czasu znany jest tylko poziom zobowiązań z okresu poprzedniego opublikowany w sprawozdaniu finansowym<sup>2</sup>.

Z technik DWAP wykorzystano kombinację metody wzorca rozwoju Hellwiga (zaproponowana w pracy [1969]) i porządkowania liniowego. W pierwszej kolejności wskaźniki, które opisują różne obszary analizy tj. płynności finansowej, rentowności, sprawności działania oraz zadłużenia zostały unormowane tzn. nominanty zostały zamienione na stymulanty oraz wszystkie zmienne zostały zestandaryzowane. Wyniki podziału wskaźników prezentuje tabela 1.

W kolejnym etapie cechy diagnostyczne zostały pogrupowane w jednorodne zbiory za pomocą procedur aglomeracyjnych. Jako miary odległości użyto semimetryki:

$$d_{ij} = 1 - r_{ij}^2, \quad (1)$$

gdzie  $r^2$  jest wartością współczynnika korelacji pomiędzy  $i$ -tą i  $j$ -tą zmienną.

---

<sup>2</sup> W pracy nie uwzględniono opóźnienia w publikacji sprawozdań kwartalnych, które wynosi ok. 4 tygodni.

Tabela 1. Wyniki podziału wskaźników finansowych.

Grupa 1	Grupa 2	Grupa 3	Grupa 4	Grupa 5	Grupa 6
Rentowności	Zadłużenia	Wskaźniki dodatkowe	Sprawności działania	płynności	Wskaźniki dodatkowe 2
ROB, RON, WRS, WPK, WO, ZDG, SNF	WS, WOZd	WRA, DS	WRMO, WRN	WBPF, SWPF, WNDZ	WOZ, WRŚP, WRKW, WPPK.

WBPF – Wskaźnik bieżącej płynności finansowej,  
 SWPF – Szybki wskaźnik płynności finansowej,  
 WRN – Wskaźnik rotacji należności,  
 WOZ – Wskaźnik obrotu zapasami,  
 WNDZ – Wskaźnik poziomu należności i roszczeń do zobowiązań,  
 ROB – Rentowność obrotu brutto,  
 RON – Rentowność obrotu netto,  
 WRS – Wskaźnik rentowności sprzedaży,  
 ZDG – Wskaźnik rentowności z działalności gospodarczej,  
 WPK – Wskaźnik poziomu kosztów,  
 WOZd – Wskaźnik ogólnego zadłużenia,  
 WS – wskaźnik samofinansowania,  
 SNF – Stopa nadwyżki finansowej,  
 WRMO – Wskaźnik rotacji majątku obrotowego,  
 WRŚP – Wskaźnik rotacji środków płynnych,  
 WRA – Wskaźnik rentowności aktywów,  
 WRKW – Rentowność kapitałów własnych,  
 WPPK – Wskaźnik przyrostu poziomu kosztów,  
 DS – Dynamika sprzedaży.

Źródło: opracowanie własne.

Do pomiaru odległości pomiędzy poszczególnymi skupiskami użyto metody Warda. Podział na jednorodne zbiory zmiennych wynika z faktu, że w poszczególnych obszarach oceny kondycji finansowej podmiotów gospodarczych występuje różna liczba zmiennych, co powoduje, że niektóre sfery funkcjonowania będą miały zbyt mały udział w syntetycznej mierze rozwoju. Również niektóre wskaźniki z różnych obszarów oceny mogą być ze sobą silnie skorelowane, co mogłoby zafałszować otrzymane wyniki.

Następnie dla każdego, wyodrębnionego zbioru zmiennych obliczono syntetyczną miarę według metody wzorca rozwoju ( $Q_i$ ), a następnie uśredniono je otrzymując w ten sposób syntetyczną miarę ryzyka kredytowego (SMRK). Miara ta jest skonstruowana w taki sposób, że nie przekracza wartości 0, a prawdopodobieństwo tego, że przyjmie wartość większą od jeden jest małe (w przypadku, gdy wartości miary były większe od jedności to przypisywano jej wartość jeden). Przy czym wartości miary bliskie zera są pożądane, a rosnące jej wartości oznaczają kłopoty finansowe spółki. Jako wzorce rozwoju przyjęto odpowiednie wartości wskaźników zanotowane w latach 2000-2004 dla wszystkich spółek branży budowlanej, a nie tylko dla analizowanych podmiotów gospodarczych.

Druga metoda oceny ryzyka kredytowego jest oparta na zmienności wartości aktywów (model Moody's KMV). Za pomocą modelu Blacka-Scholesa-

Mertona wyceny opcji można oszacować wartość kapitału własnego lub obcego przedsiębiorstwa. Jest to ważne, gdyż w momencie likwidacji przedsiębiorstwa nabywca obligacji może liczyć na wypłatę w momencie, gdy wartość kapitału własnego jest większa od zera, tzn. wartość firmy ( $A$ ) jest wyższa od zobowiązań ( $D$ ). W przeciwnym wypadku wierzyciel nie otrzymuje wypłaty, gdyż rynkowa wartość kapitału własnego wynosi zero. Oznacza to, że przychód wierzyciela przedsiębiorstwa jest zbliżony do przychodu wystawcy opcji sprzedaży na aktywa firmy zaciągającej pożyczkę.

Zakładając, że zmiany wartości aktywów są opisane standardowym ruchem geometrycznym Browna można wyliczyć teoretyczną oczekiwaną częstość niewypłacalności (*expected default frequency*, EDF) dowolnego pożyczkobiorcy, czyli prawdopodobieństwo, że wartość aktywów firmy w dowolnym horyzoncie<sup>3</sup> ( $T$ ) spadnie poniżej wartości krytycznej ( $A_{\text{def}}$ ) według następującego wzoru:

$$\text{EDF} = P \left[ \varepsilon \leq - \frac{\ln \left( \frac{A_0}{A_{\text{def}}} \right) + \left( \mu - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) T}{\sigma_A \sqrt{T}} \right], \quad (2)$$

gdzie:

$A$  – wartość aktywów przedsiębiorstwa,

$A_{\text{def}}$  – wartość krytyczna aktywów poniżej której przedsiębiorstwo nie może obsługiwać wymagalnych zobowiązań<sup>4</sup>,

$T$  – okres kredytu,

$r$  – stopa oprocentowania wolna od ryzyka,

$\sigma_A$  – zmienność wartości aktywów przedsiębiorstwa,

$\mu$  – średnia stopa zwrotu z aktywów przedsiębiorstwa,

We wzorze (2) bezpośrednio obserwowalne są zmienne  $A_{\text{def}}$ ,  $D$ ,  $T$ ,  $r$ ,  $\mu$ . Wartość rynkowa aktywów firmy ( $A$ ) oraz jej zmienność ( $\sigma_A$ ) nie są bezpośrednio obserwowalne i należy je oszacować. W celu obliczenia wartości rynkowej aktywów i jej zmienności wykorzystuje się zależności<sup>5</sup>:

$$E = AN(d_1) - De^{-rT}N(d_2), \quad (3)$$

$$\sigma_E E = N(d_1)\sigma_A A, \quad (4)$$

gdzie:

<sup>3</sup> Najczęściej określa się EDF w perspektywie rocznej (por. pracę Saunders A. (2001), s. 37).

<sup>4</sup> Według twórców modelu za  $A_{\text{def}}$  przyjmuje się wartość zobowiązań krótkoterminowych powiększonych o połowę długu długoterminowego.

<sup>5</sup> Hull J.C. (2003), s.622.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A}{D}\right) + (r + 0,5\sigma_A^2)T}{\sigma_A\sqrt{T}}, \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{A}{D}\right) + (r - 0,5\sigma_A^2)T}{\sigma_A\sqrt{T}},$$

$E$  – rynkowa wartość kapitału własnego przedsiębiorstwa,

$D$  – nominalna wartość zadłużenia,

$\sigma_E$  – zmienność wartości kapitału własnego,

$N(d_i)$  – wartość dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego dla argumentu równego  $d_i$ , gdzie  $i=1, 2$ .

Mając równania (3) i (4) można obliczyć wartość aktywów firmy ( $A$ ) i jej zmienność ( $\sigma_A$ ) za pomocą kolejnych iteracji.

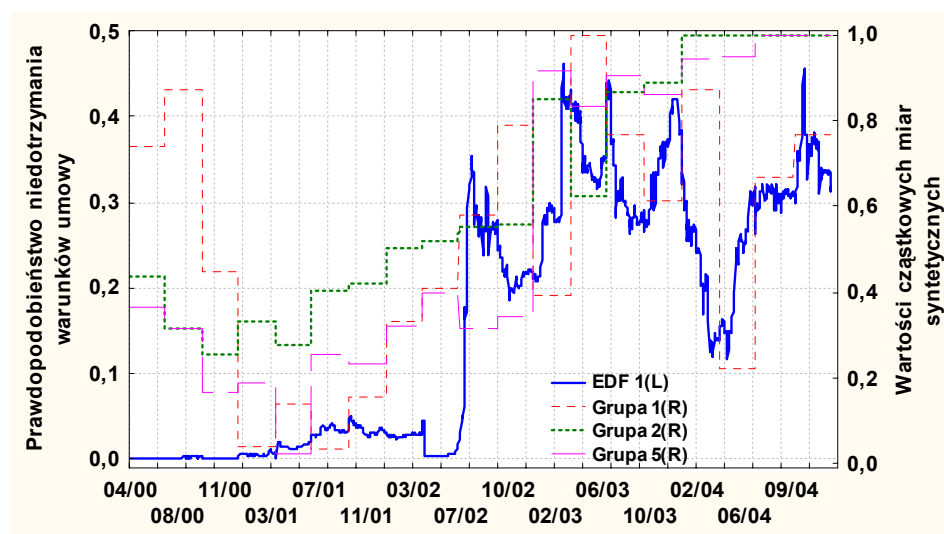
Z równań (3) i (4) wynika, że wraz ze wzrostem zadłużenia będzie rósł wskaźnik zadłużenia oraz będzie malała zmienność wartości aktywów. Wzrost wskaźnika zadłużenia będzie zwiększał oszacowane prawdopodobieństwo niewypłacalności, a zmienność rynkowej wartości aktywów będzie miała ujemny wpływ na to prawdopodobieństwo.

### 3. Porównanie dynamiki zmian oceny ryzyka kredytowego

Analizę porównawczą przeprowadzono na w przypadku spółek, które w latach 2000-2004 miały problemy finansowe. Wybór spółek zagrożonych bankrutem został podyktowany próbą oceny z jakim wyprzedzeniem czasowym obie metody oceny ryzyka kredytowego wskazują na pogarszającą się sytuację finansowo-ekonomiczną spółek. Wyniki analizy porównawczej szczegółowo przedstawiono na podstawie spółki Mostostal Zabrze. Spółka ta miała w analizowanym okresie problemy finansowe, które zaowocowały wszczęciem postępowania układowego z wierzycielami, a następnie zakończonych ogłoszeniem upadłości spółki.

Wykres 1 przedstawia otrzymane wyniki dla spółki Mostostal Zabrze. Na wykresie przedstawiono prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków umowy oraz wartości miar cząstkowych obliczonych dla grup zmiennych 1, 2, 5, które prezentują odpowiednio rentowność, zadłużenie oraz płynność. Na wykresie można zauważyć, że miara syntetyczna obliczona dla grupy pierwszej (rentowności) z niewielkim wyprzedzeniem czasowym (około jednego kwartału w stosunku do modelu MKMV) wskazuje na pogarszającą się kondycję ekonomiczno-finansową. Można zauważyć, że wartości miary  $Q_1$  z kwartału na kwartał wykazują znaczne wahania, co świadczy o dużych, kwartalnych zmianach poziomu rentowności analizowanej spółki. Wahania te można wyeliminować licząc wskaźniki rentowności na podstawie średnich ruchomych przyjmując za stałą wygładzania np. dwa kwartały. Zmienna syntetyczna obliczona dla drugiej grupy zmiennych wykazuje tendencję rosnącą w analizowanym okresie. Oznacza to, że z kwartału na kwartał rosło zadłużenie spółki. Przebieg obliczonej

zmiennej jest zbliżony do przebiegu obliczonego prawdopodobieństwa, ale jest opóźnione w stosunku do niego o ok. 2 kwartały. Podobny przebieg obu zmiennych wynika z faktu, że poziom ryzyka kredytowego w głównej mierze jest zależny od poziomu samofinansowania spółki. Przy niskich wartościach tego wskaźnika maleje tzw. odległość od niewypłacalności, a więc rośnie prawdopodobieństwo niewypłacalności. Większe zróżnicowanie miary EDF jest spowodowane zmianami kursu ceny akcji, który odzwierciedla na bieżąco dodatkowe informacje na temat spółki Mostostal Zabrze.

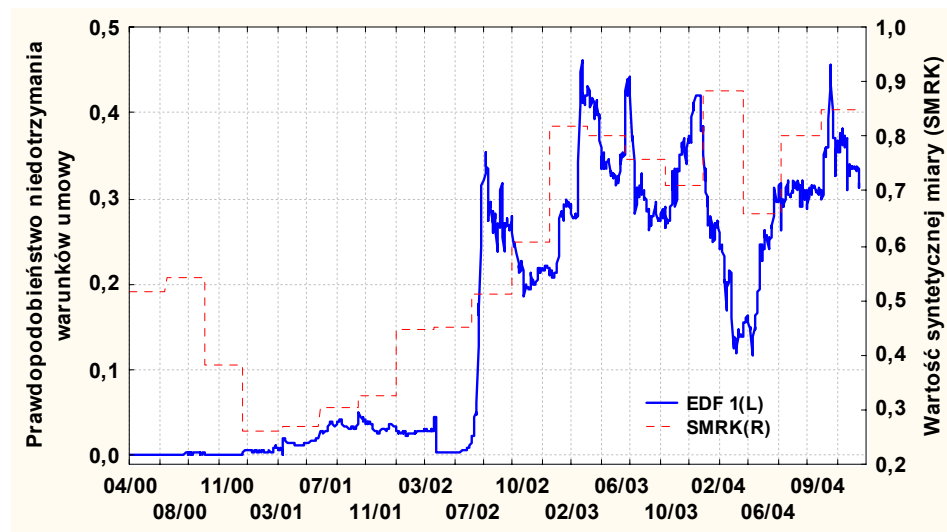


Wykres 1. Prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków umowy (oś lewa) oraz wartości miar cząstkowych obliczonych dla jednorodnych grup zmiennych (oś prawa) dla spółki Mostostal Zabrze

Syntetyczna miara odzwierciedlająca płynność finansową spółki nie wykazuje przesunięć czasowych względem oszacowanego prawdopodobieństwa. Jej zmiany są analogiczne do zmian wartości prawdopodobieństwa niedotrzymania warunków umowy, choć o mniejszej amplitudzie. Jedynie w końcowym okresie wartość prawdopodobieństwa zmalała, a miara syntetyczna osiągnęła maksimum.

Na wykresie 2 przedstawiono oszacowane prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków umowy oraz obliczoną wartość syntetycznej miary. Przebieg obu zmiennych w czasie jest podobny. W drugim i trzecim kwartale 2000 roku wyższa wartość syntetycznej miary była spowodowana niską rentownością sprzedaży. W początkowej fazie wzrostu prawdopodobieństwa niedotrzymania warunków umowy (marzec 2001- lipiec 2002) wzrost syntetycznej miary wyprzedzał wzrost prawdopodobieństwa niewypłacalności. Dopiero po gwałtownym wzroście prawdopodobieństwa w III kwartale 2002 roku prawdopodobieństwo stało się zmienną wiodącą. Gwałtowny wzrost prawdopodobieństwa niewypłacalności (do poziomu 30%) był spowodowany podpisaniem w drugim

kwartale przez zarząd spółki aneksu umowy wydłużającego termin spłaty kredytu obrotowego. Był to pierwszy poważny sygnał o problemach finansowych spółki, co spowodowało gwałtowny spadek cen akcji.



Wykres 2. Prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków umowy (oś lewa) oraz wartości syntetycznej miary ryzyka kredytowego (oś prawa) dla spółki Mostostal Zabrze

W dniu złożenia wniosku o otwarcie postępowania układowego (07 marca 2003 r.) wartość prawdopodobieństwa wynosiła niecałe 40%, a wartość syntetycznej miary – 0,81; a więc obie zmienne wskazywały na dość wysokie ryzyko kredytowe. W dniu ogłoszenia upadłości spółki z możliwością zawarcia układu (18 sierpnia 2004 r.) prawdopodobieństwo wynosiło 32%, a wartość syntetycznej miary – 0,8.

Porównując otrzymane wyniki dla spółek mających problemy finansowe można stwierdzić, że w pierwszej kolejności pogarszają się wskaźniki rentowności. Długotrwała niska rentowność powoduje zmniejszenie się płynności finansowej, co w efekcie prowadzi do wzrostu zadłużenia spółki. Wartości prawdopodobieństwa niedotrzymania warunków umowy z wyprzedzeniem ok. 2 kwartałów wskazują na pogarszającą się kondycję spółek. Jednak można zauważyć, że obserwując rozkład wartości prawdopodobieństwa niewypłacalności w czasie można zauważyć, że w momencie pojawienia się niekorzystnych informacji o spółce gwałtownie maleje kurs akcji, przez co rośnie prawdopodobieństwo niewypłacalności. Po pewnym czasie tj. ok. miesiąca kurs akcji zaczyna zwyżkować obniżając tym samym prawdopodobieństwo niewypłacalności (występuje „korekta”). Potwierdza to tezę o tzw. nadwrażliwości inwestorów na złe informacje. Często w takich sytuacjach prawdopodobieństwo niewypłacalności potrafiło wzrosnąć na przestrzeni kilkunastu sesji o 10%. W przypadku zmiennej syntetycznej wahania z kwartału na kwartał są mniejsze.

#### 4. Zakończenie

Z powyższych rozważań wynika, że obie metody oceny ryzyka kredytowego mogą wzajemnie się uzupełniać. Dalsze badania powinny skoncentrować się na przypisaniu wartościom syntetycznej miary odpowiednich prawdopodobieństw niedotrzymania warunków umowy. Umożliwi to precyzyjniejsze oszacowanie ryzyka kredytowego podmiotów gospodarczych, które nie są notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. W tym celu należałoby także zmodyfikować wektor wskaźników finansowych, na podstawie którego obliczana jest wartość syntetycznej miary ryzyka kredytowego.

#### Literatura

- Cauette, J., Altman, E., Narayanan, P. (1998), *Managing Credit Risk – The Next Great Financial Challenge*, John Wiley & Sons, New York.
- Deventer, D. R., Imai, K., Mesler, M. (2005), *Advanced Financial Risk Management*, John Wiley & Sons (Asia), Singapore.
- Grabiński, T. (1984), *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach dynamiki zjawisk ekonomicznych*, AE, Kraków.
- Hellwig, Z. (1968), Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr, w: *Przegląd Statystyczny*, R. XV, zeszyt 4.
- Hull, J. C. (2003), *Options, futures and other derivatives*, Prentice Hall, upper Saddle River, New Jersey.
- Jajuga, K. (2001), Statistical Methods in Credit Risk Analysis, w: *Taksonomia 8 – Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*. AE, Wrocław, 224–232.
- Jajuga, K. (2004), O systematyzacji modeli ryzyka kredytowego, w: *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce w latach 1990-2003. Teoria i praktyka*, pod red. D. Appenzeller, Zeszyty Naukowe AE Poznań nr 49, AE Poznań, Poznań, 119–126.
- Kukuła, K. (2000), *Metoda unitaryzacji zerowanej*, PWN, Warszawa.
- Saunders, A. (2001), *Metody pomiaru ryzyka kredytowego*, Dom Wydawniczy ABC, Kraków.
- Wójciak, M. (2004), Próba zastosowania metody KMV pomiaru ryzyka kredytowego w warunkach polskiej gospodarki, w: *Postępy ekonometrii* pod. red. A. Barczak, Prace Naukowe AE Katowice, Katowice 2004, 363–376.