

DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE

IX Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 6–8 września 2005 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Joanna Bruzda
Uniwersytet Mikołaja Kopernika

Empiryczna weryfikacja modeli popytu na pieniądź: zastosowanie analizy kointegracji nieliniowej

1. Wprowadzenie

Jest bardzo prawdopodobnym, że żaden problem ekonomiczny nie został opisany na większej liczbie stron w czasopismach ekonomicznych i nie spowodował większego przeczucia danych niż poszukiwanie stabilnej i interpretowalnej funkcji popytu na pieniądź¹. Równanie popytu na pieniądź jest jedną z głównych zależności behawioralnych w teorii i praktyce monetarnej, co powoduje, że właściwa specyfikacja postaci funkcyjnej tej zależności jest kluczowa w wykonywaniu polityki pieniężnej. Przyjmowanie bezpośredniego celu inflacyjnego przez banki centralne (*Direct Inflation Targeting* – DIT) odsuwa nieco uwagę od modelowania popytu na pieniądź, jednak zmiany w agregatach pieniężnych nadal należą do zbioru wskaźników branych pod uwagę przez kraje prowadzące politykę DIT. W pracach z zakresu makroekonomii stosowanej czyni się wyraźne rozróżnienie pomiędzy zależnościami zachodzącymi w długim i krótkim okresie. Modelowanie długookresowego popytu na pieniądź należy do klasycznych zastosowań analizy kointegracji liniowej (patrz np. Johansen, Juselius, 1990, Ericsson, 1998). Obecnie coraz częściej rozluźnia się założenie o liniowości zależności długookresowej i/lub symetryczności i proporcjonalności dostosowania do długookresowego położenia równowagi, wykorzystując w badaniu popytu na pieniądź analizę kointegracji nieliniowej (Vinod, 1999, Bae, de Jong, 2004), nieliniowe modele korekty błędem (Lütkepohl i in., 1999, Escribano, 2004) oraz badanie nieliniowego co-trendingu (Cushman, 2002).

¹ Historyczny przegląd sposobów modelowania popytu na pieniądź można znaleźć w pracy Hoffman, Rasche (1996).

Celem artykułu jest próba weryfikacji postaci funkcyjnych modeli popytu na pieniądź realny w gospodarce polskiej z wykorzystaniem parametrycznego podejścia do analizy kointegracji nieliniowej. Badanie zostało uzupełnione analizą nieliniowej kointegracji jedną z metod nie wymagających parametrycznej bądź nieparametrycznej estymacji zależności w długim okresie oraz testowaniem nieliniowego co-trendingu Bierensa (2000). W dalszej części artykułu, w punktach 2 i 3, zostaną skrótowo przedstawione teoriekonomiczne podstawy modelowania popytu na pieniądź wraz z krótkim wprowadzeniem do metod analizy nieliniowej kointegracji, uzupełnionym uwagami metodologicznymi. W punkcie 4 prezentuje się skrótowo wyniki badania dotyczącego modelowania zmodyfikowanego agregatu M3. Artykuł zamykają wnioski końcowe.

2. Modelowanie popytu na pieniądź

Postać funkcyjna modelu popytu na pieniądź jest zwykle wyprowadzana w ramach modelu równowagi ogólnej, w którym reprezentatywne gospodarstwo domowe maksymalizuje międzyokresową funkcję użyteczności konsumpcji i czasu wolnego postaci:

$$V(C, L) = \sum_{j=t}^{\infty} U(C_j, L_j) \beta^{j-t} \quad (1)$$

gdzie C_j i L_j oznaczają konsumpcję pewnego dobra (*consumption*) i wykorzystanie czasu wolnego (*leisure*) w okresie j , U jest wklęsłą funkcją użyteczności, rosnącą w malejącym tempie ze względu na każdy z argumentów, zaś β jest czynnikiem dyskontującym odzwierciedlającym preferencje czasowe gospodarstwa domowego. Przyjmuje się przy tym, że czas L_j , jakim dysponują agenci poza pracą, jest dzielony między czas wolny oraz czas poświęcony na zakupy, ten ostatni zaś jest funkcją stanu konta wyrażonego w wartościach realnych, M_t/P_t (M_t oznacza nominalny stan konta, zaś P_t jest poziomem cen). Następnie postuluje się istnienie dwóch rodzajów aktywów finansowych, z których pierwszy, określany jako pieniądź M , daje nominalną stopę zwrotu R_t^M , zaś drugi jest tzw. walorem alternatywnym W o nominalnej stopie zwrotu $R_t^W > R_t^M$. Ograniczenie budżetowe, jakiemu podlega gospodarstwo domowe, ma przy tym postać

$$W_t + M_t = (1 + R_{t-1}^W)W_{t-1} + (1 + R_{t-1}^M)M_{t-1} - P_t C_t. \quad (2)$$

W ramach zarysowanego powyżej modelu funkcję popytu na pieniądź otrzymuje się jako „produkt uboczny” maksymalizacji funkcji użyteczności V przy warunku (2). W ogólności postać funkcyjna popytu na pieniądź zależy od przyjętych założeń dotyczących postaci funkcji U oraz L . Przy założeniu, że funkcja L zależy jedynie od realnego stanu konta M_t/P_t , zaś funkcja użyteczności jest funkcją CES postaci

$$U_t = \left[\omega C_t^\delta + (1 - \omega)(M_t / P_t)^{1-\delta} \right]^{1/\delta}, \quad (3)$$

gdzie $\delta < 1$ i $\delta \neq 0$, otrzymujemy podwójnie logarytmiczne równanie popytu na pieniądź

$$\ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) = \ln(1 - \delta) - \ln \beta \frac{\omega}{1 - \omega} + \ln(C_t) - \gamma \ln(R_t^W - R_t^M), \quad (4)$$

gdzie $\gamma = 1/(1 - \delta)$ (patrz Stracca, 2001). W praktyce innowacje finansowe mogą z czasem obniżyć dochodową elastyczność popytu na pieniądź poniżej wartości jeden². Dodatkowo w modelach empirycznych w charakterze zmiennych objaśniających często uwzględnia się osobno dwie stopy zwrotu R_t^W i R_t^M (lub tylko stopę R_t^W) przewidując, że parametr stojący przy stopie zwrotu z alternatywnego waloru będzie ujemny, zaś odpowiedni parametr dla depozytów bankowych, odpowiadających modelowanemu agregatowi, będzie dodatni.

Model podwójnie logarytmiczny zakłada, że elastyczność popytu na pieniądź względem stopy procentowej jest niezależna od wysokości tej stopy (lub struktury terminowej stóp). Tymczasem preferencje płynności agentów mogą zależeć od rodzaju reżimu monetarnego, tj. od poziomu inflacji i tym samym nominalnej stopy procentowej. Zjawisko to dobrze opisuje popularna w literaturze semilogarytmiczna postać funkcyjna popytu na pieniądź (patrz Ericsson, 1998):

$$\ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) = k + \phi \ln(C_t) - \gamma(R_t^W - R_t^M), \quad (5)$$

która zakłada, że elastyczność względem rozpiętości stóp procentowych jest rosnącą funkcją tej rozpiętości, co powoduje, iż preferencje płynności agentów są malejącą funkcją poziomu nominalnej stopy procentowej.

Z drugiej strony popyt na pieniądź pojedynczego gospodarstwa domowego może posiadać nieciągłość dla pewnego poziomu nominalnej stopy procentowej, przy której dochód z lokaty nie kompensuje kosztów z nią związanych (np. kosztów transakcyjnych). Dlatego preferencje płynności znajdują się na wysokim stałym poziomie, gdy rozpiętość stóp procentowych obniży się poniżej pewnej wartości progowej. Ponieważ próg ten może się zmieniać dla różnych agentów, w wielkościach zagregowanych zamiast nieciągłości będziemy obserwować pewien ogólny wzrost elastyczności popytu względem stopy procentowej. Aby opisać ten efekt Hoffman, Rasche (1996), str. 103, Ashworth i Evans (1998) oraz Stracca (2001) proponują stosowanie funkcji „logarytmiczno-odwrotnej” (*log-inverse*) postaci:

² Większość modeli równowagi ogólnej postuluje ścisłą długookresową zależność między konsumpcją i dochodem. W modelach empirycznych zmienna C_t , odpowiadająca za poziom aktywności gospodarczej, jest zwykle aproksymowana poprzez PKB, prywatną konsumpcję, produkcję przemysłową bądź sprzedaż detaliczną.

$$\ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) = k + \phi \ln(C_t) + \frac{\gamma}{R_t^W - R_t^M}, \quad (6)$$

Trzy proponowane postacie funkcyjne modelu popytu na pieniądź można zapisać wykorzystując transformację Boxa-Coxa jako

$$\ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) = k + \phi \ln(C_t) - \gamma \frac{(R_t^W - R_t^M)^\lambda}{\lambda}. \quad (7)$$

gdzie $\lambda = 0, 1$ i -1 odpowiadają modelom (4), (5) i (6). Elastyczność popytu na pieniądź względem stopy procentowej wynosi wówczas $-\gamma(R_t^W - R_t^M)^\lambda$. Pytanie o właściwą postać funkcyjną staje się wobec tego głównie pytaniem o charakterze empirycznym.

3. Kointegracja nieliniowa – definicje i uwagi metodologiczne

W literaturze ekonometrycznej pojęcie kointegracji nieliniowej rozumie się zwykle dwojako. Jedni autorzy rozważają liniową postać zależności w długim okresie z nieliniowym dostosowaniem do długookresowego położenia równowagi. Rozważania te zaowocowały badaniami nad wpływem nieliniowości procesów dostosowawczych na metody estymacji i testowania zależności kointegracyjnych (patrz np. Balke, Fomby, 1997, Charemza, Makarova, 1999). Analizuje się przy tym najczęściej procesy dostosowawcze w postaci procesów dwuliniowych bądź „kawałkami liniowych” (*piecewise linear*), takich jak procesy SETAR (co określa się jako kointegrację progową – *threshold cointegration*), lub LSTAR i ESTAR (co określane jest jako kointegracja wygładzonego przejścia – *smooth transition cointegration*). Alternatywnie rozważa się nieliniowe modele korekty błędem, w których korekta ze względu na odchylenie od długookresowego położenia równowagi ma postać dwuliniową, wielomianową, „kawałkami liniową” lub inną. Escribano i Mira (2002) częściowo rozszerzają twierdzenie Grangera o reprezentacji na przypadek procesów nieliniowych dowodząc, że jeśli dla uogólnionych procesów I(1) istnieje nieliniowy model korekty błędem, to procesy takie są liniowo skointegrowane przy pewnych dodatkowych założeniach na temat nieliniowego procesu dostosowawczego. Ponadto Escribano (2004) pokazuje, że nieliniowy model korekty błędem można równoważnie przedstawić w postaci nieliniowego procesu dostosowawczego tylko wówczas, gdy spełnione są założenia o występowaniu tzw. wspólnych czynników (*common factors*).

Druuga grupa autorów skupia uwagę na nieliniowej postaci funkcyjnej zależności w długim okresie, rozważając wektor niestacjonarnych procesów stochastycznych $X_t = [X_{0t} X_{1t} \dots X_{kt}]$, dla którego istnieje mierzalna funkcja f taka, że proces $\eta_t = f(X_{0t}, X_{1t}, \dots, X_{kt})$ jest procesem stacjonarnym lub α -mieszającym (geometrycznie ergodycznym, NED - *near epoch dependent*), albo

– ogólnie mówiąc – procesem o słabszej strukturze zależności niż składowe wektora X_t . W tym nurcie badań prekursorami byli Granger i Hallman (1991), którzy wprowadzili pierwszą operacyjną definicję kointegracji nieliniowej i zdefiniowali pojęcia procesów z krótką i rozszerzoną pamięcią w średniej (*short and extended memory in mean*), bardziej przystające do analizy procesów nieliniowych niż tradycyjnie rozumiane procesy $I(0)$ i $I(1)$. Wadą podejścia Grangera i Hallmana była niekonsekwencja polegająca na tym, że w proponowanej procedurze testowania nieliniowej kointegracji oparli się oni na zwykłych testach pierwiastków jednostkowych, tj. testach dla procesów liniowych.

Z tego powodu w dalszych rozważaniach na temat nieliniowych zależności długookresowych kolejni autorzy bazują na uogólnionym pojęciu procesu stacjonarnego jako takiego, który spełnia funkcjonalne centralne twierdzenie graniczne (patrz np. Breitung, 2001, Dufrénot, Mignon, 2002). Procesy tego typu daje się wygodnie scharakteryzować z wykorzystaniem koncepcji mieszania (*α -mixing*). Proces stochastyczny jest procesem α -mieszającym, jeśli zależy głównie od swych bieżących wartości. Formalnie, jeśli X_t jest procesem stochastycznym, a $F_s^t = \sigma(X_s, \dots, X_t)$ generowaną przez niego σ -algebrą, to X_t jest α -mieszający, gdy $\alpha_m \rightarrow 0$ wraz z $m \rightarrow \infty$, przy czym α_m są współczynnikami postaci

$$\alpha_m = \sup_t \sup_{\{F \in F_{-\infty}^t, G \in F_{t+m}^{\infty}\}} |\mathbb{P}(G \cap F) - \mathbb{P}(G)\mathbb{P}(F)|. \quad (8)$$

Uogólniony proces zintegrowany definiuje się wówczas jako taki proces niemieszający, który staje się α -mieszający po d -krotnym zróżnicowaniu.

Bazując na definicji procesu α -mieszającego Dufrénot i Mignon (2002) wprowadzili do ekonometrii dynamicznej pojęcie wspólnego mieszania (*co-mixing*) jako rozszerzenie koncepcji kointegracji nieliniowej na przypadek procesów nieliniowych. Jeśli dane są dwa procesy niemieszające X_t i Y_t , to powiemy, że są one wspólnie mieszające (są ze sobą w relacji mieszania), jeśli

- (1) istnieje funkcja mierzalna f taka, że $f(X_t, Y_t, \theta)$ jest α -mieszający lub o krótkiej pamięci w średniej dla $\theta = \theta^*$ i niemieszający lub o rozszerzonej pamięci w średniej dla $\theta \neq \theta^*$;
- (2) istnieje funkcja mierzalna f taka, że $f(X_t, Y_t, \theta)$ jest niemieszający, ale o słabszej strukturze zależności niż procesy X_t i Y_t .

O procesach X_t i Y_t zakłada się najczęściej, że mają ten sam poziom autozależności, mierzonej np. rzędem uogólnionej integracji. Podobna struktura autozależności procesów stanowi warunek konieczny budowy modelu zrównoważonego (*balanced equation*) w rozumieniu Grangera (1995), czy modelu zgodnego w rozumieniu Zielińskiego (1991) i Kufla (2002). Definicję wspólnego mieszania dwóch procesów niemieszających można w bezpośredni sposób uogólnić na przypadek dowolnej liczby procesów. Przypadkiem szczególnym

procesów wspólnie mieszających są procesy skointegrowane (liniowo bądź nieliniowo). Jeśli w definicji kointegracji wykorzystamy uogólnione pojęcie procesu zintegrowanego, terminy kointegracja i wspólne mieszanie będą w istocie oznaczać to samo.

W niniejszym artykule pod pojęciem nieliniowej kointegracji rozumie się występowanie procesów w relacji wspólnego mieszania. Metody badania tak rozumianej kointegracji można podzielić na metody wymagające (parametrycznej bądź nieparametrycznej) estymacji postaci funkcyjnej zależności w długim okresie oraz metody niewymagające estymacji tej postaci funkcyjnej. W pierwszym przypadku do reszt z potencjalnej zależności kointegracyjnej dla procesów zintegrowanych stosuje się różne metody badania krótkiej pamięci w średniej, takie jak zmodyfikowana analiza R/S, testy istotności współczynników wzajemnej informacji (lub innych miar zależności nieliniowej, jak np. współczynników maksymalnej korelacji czy miar entropii, a także momentów wyższych rzędów w rodzaju funkcji bikowariancyjnej lub funkcji kowariancyjnej dla kwadratów) dla dużych opóźnień τ oraz testy stacjonarności i pierwiastków jednostkowych bazujące na uogólnionych definicjach procesów $I(0)$ i $I(1)$, takie jak test KPSS w swojej uogólnionej wersji dla reszt z zależności długookresowej czy rangowy test pierwiastków jednostkowych. Oprócz wymienionych powyżej metod w testowaniu własności mieszania można wykorzystać testy krótkiej pamięci w informacji, sugerowane przez Aparicio i Escibano (1998) w kontekście tzw. kointegracji informacyjnej. Natomiast w drugiej grupie metod badania kointegracji nieliniowej można wyróżnić rangowy test kointegracji Breitunga (2001) oraz test wspomnianej już kointegracji informacyjnej.

Ponieważ w niniejszym artykule główny nacisk kładzie się na badanie kointegracji w oparciu o testy dla reszt z oszacowanej parametrycznie zależności długookresowej, należy starannie wybrać metodę estymacji tej zależności. Właściwym wyborem wydaje się metoda FMOLS (*fully modified ordinary least squares*) Phillipsa i Hansena (1990). Po pierwsze jest ona bardziej odporna niż MNK na nieliniowość procesu dostosowawczego np. typu dwuliniowego (patrz Charemza, Makarova, 1999), tymczasem testując własność mieszania dopuszczamy występowanie stabilnych nieliniowych procesów dostosowań. Po drugie koryguje ona obciążenie estymatorów parametrów relacji długookresowej związane z autokorelacją reszt. Po trzecie wreszcie - dopuszcza stosowanie regresorów, które nie są słabo egzogeniczne, tymczasem w badaniu popytu na pieniądź tzw. zmienna skali (np. PKB) często nie jest słabo egzogeniczna względem parametrów zależności długookresowej (por. Fagan, Henry, 1998).

W literaturze na temat modelowania relacji makroekonomicznych dla zmiennych niestacjonarnych (w tym modelowania popytu na pieniądź) dokonuje się zwykle wyboru postaci funkcyjnej poprzez stosowanie testów liniowej kointegracji (przyjmując jako właściwą zależność, dla której zachodzi własność skointegrowania) oraz różnego typu testów diagnostycznych i testów hipotez niezagnieżdżonych zastosowanych do modeli korekty błędem, będących ekonometryczną konsekwencją występowania kointegracji. To modele korekty błę-

dem poddaje się badaniu stopnia dopasowania, własności predyktywnych, braku autokorelacji i heteroskedstyczności reszt oraz poprawności postaci funkcyjnej. Natomiast równanie długookresowe jest badane pod względem stabilności parametrów, co stanowi swojego rodzaju test poprawności specyfikacji modelowej i często może być interpretowane jako test występowania kointegracji (patrz Hansen, 1992). Równania zależności długo- i krótkookresowej bada się również pod względem sensowności statystycznej i ekonomicznej interpretacji oraz ważności przyjętych a priori restrykcji. Należy jednak zaznaczyć, że jak do tej pory nie opracowano testów hipotez niezagnieżdżonych dla zależności kointegracyjnych, co pozwoliłoby bezpośrednio porównywać różne (w szczególności nieliniowe) specyfikacje między sobą. Z tego powodu Ashwoth i Evans (1998) proponują stosowanie tego typu testów (np. standardowego testu J) do stacjonarnych modeli korekty błędem. Alternatywą względem tego podejścia wydaje się być testowanie kointegracji nieliniowej, dopuszczającej nieliniowość procesu dostosowawczego w bardzo ogólnej formie. Myślą przewodnią tego artykułu jest propozycja stosowania testów kointegracji nieliniowej jako metody poszukiwania takiej postaci funkcyjnej zależności długookresowej, która daje proces dostosowawczy o relatywnie krótkiej pamięci w średniej, będąc w ten sposób narzędziem weryfikacji różnych postaci funkcyjnych. Warto również zauważyć, że przejście od kointegracji liniowej do testowania wspólnego mieszania jako podejścia bardziej uniwersalnego pozwoli znajdować stabilne położenia równowagi długookresowej tam, gdzie zawodziły zwykle testy kointegracji. Umożliwi to powtórna weryfikację wielu hipotez makroekonomicznych i finansowych.

4. Wyniki empiryczne

W badaniu wykorzystano następujące dane miesięczne z okresu 01.1993-02.2004 (134 obserwacje)³: dostosowany sezonowo realny zmodyfikowany agregat M3, dostosowaną sezonowo produkcję przemysłową w cenach stałych z 1995 r., średnią stopę oprocentowania złotych ROR jako miarę R_t^M oraz średnie oprocentowanie depozytów złotych 3-miesięcznych w głównych bankach komercyjnych jako miarę R_t^W . W dalszej analizie przyjmuję następujące oznaczenia: $\ln M3r$ – logarytm M3, $\ln ip$ – logarytm produkcji przemysłowej, l_s – rozpiętość między długo- i krótkookresową stopą procentową, $\ln l_s$ – logarytm l_s , invl_s – odwrotność l_s .

³ Zmodyfikowany agregat M3 został zaproponowany w pracy Kot (2004) jako wielkość dostosowana ze względu na tzw. podatek Belki z listopada 2001 r. i zmianę metodologiczną w statystykach publikowanych przez NBP z marca 2002 r. Pragnę podziękować panu Adamowi Kot z Departamentu Analiz Makroekonomicznych i Strukturalnych NBP za udzielenie tego szeregu czasowego na potrzeby niniejszej pracy.

We wstępnej analizie szeregów testem KPSS z wyborem pasma metodą Neweya-Westa i dwoma typami hipotezy zerowej okazało się, że wszystkie szeregi można w zasadzie traktować jako procesy $I(1)$. Jednak w dwóch przypadkach nie odrzucono H_0 o trendo-stacjonarności na poziomie istotności 5% (dla *lnip* oraz *invl_s*), zaś w przypadku szeregu *l_s* na tym samym poziomie istotności odrzucono hipotezy o stacjonarności i trendo-stacjonarności dla przyrostów. Zastosowane transformacje szeregu *l_s* istotnie wpływają więc na jego własności statystyczne (por. Ashworth, Evans, 1998). Następnie stosując estymator Phillipsa-Hansena oszacowano trzy postacie zależności zgodnie z formułą (8) oraz dodatkowo kolejne trzy równania, w których uwzględniono trend liniowy w zależności długookresowej jako efekt procesu monetyzacji gospodarki polskiej (por. Kot, 2004). Wyniki estymacji oraz testowania stabilności parametrów zależności długookresowej za pomocą trzech statystyk Hansena (1992) zawarto w tabeli 1 w dokumencie Wyniki.pdf na stronie domowej autorki (<http://www.uni.torun.pl/~bruzdaj>). Trzy pierwsze modele mają znaki i wielkości parametrów zgodne z teorią, przy czym model semilogarytmiczny charakteryzuje się stabilnością parametrów. W przypadku modeli z trendem znaki parametrów przestają być interpretowalne, choć wszystkie modele wydają się mieć stabilne parametry strukturalne.

Testowanie nieliniowej kointegracji przeprowadzono z wykorzystaniem testu KPSS (posłużono się przy tym małopróbkowymi wartościami krytycznymi dla reszt z zależności kointegracyjnej – patrz Stephton, 1996), analizy R/S poprawionej zgodnie z sugestią Lo (1991), testów istotności współczynników wzajemnej informacji oraz testu Beitunga. Dodatkowo przeprowadzono test nieliniowego co-trendingu Bierensa oraz test J obejmowania w wariancji dla modeli korekty błędem, zbudowanych z wykorzystaniem wyników estymacji metodą FMOLS. Wyniki zawierają tabele 2–7 znajdujące się we wspomnianym dokumencie. Test KPSS wskazuje (na poziomie istotności 5%) występowanie kointegracji tylko w przypadku modeli 1 i 6. Wyniki analizy R/S każą odrzucić hipotezę o krótkiej pamięci w średniej w przypadku reszt z modeli 2, 4 i 6. Analizując wyniki testów istotności współczynników wzajemnej informacji można zauważyć, że najkrótszą pamięć w średniej mają reszty z modelu 2, zaś najdłuższą – z modelu 1. Test Breitunga pozwala odrzucić hipotezę o niewystępowaniu kointegracji nieliniowej na poziomie istotności 5%, zaś test nieliniowego co-trendingu wskazuje na występowanie dwóch wektorów, dających liniowe kombinacje zmiennych, które są stacjonarne wokół liniowego trendu. Każdy z 6 zbudowanych modeli VEC wskazywał na brak słabej egzogeniczności zmiennej *lnip*, zaś testy J nie pozwoliły wyróżnić modeli obejmujących inne w wariancji.

5. Wnioski końcowe

Porównywanie różnych specyfikacji nieliniowych opartych o zmienne niestacjonarne jest problematyczne ze względu na to, że jak dotąd nie zbadano własności testów hipotez niezagnieżdżonych w kontekście relacji kointegrujących. Niektórzy autorzy proponują wobec tego stosowanie testów tego typu do modeli korekty błędem. Alternatywę w stosunku do tego podejścia może stanowić analiza nieliniowej kointegracji, która pozwoli znajdować stabilne zależności długookresowe tam, gdzie zawodzą zwykle testy kointegracji oraz będzie pomocna przy wyborze właściwej postaci funkcyjnej tej zależności, wskazując na procesy dostosowawcze o względnie krótkiej pamięci w średniej.

Spośród sześciu porównywanych postaci modeli popytu na pieniądź w gospodarce polskiej, zgodnie z proponowaną metodologią, najlepszych wyników dostarczyły modele 1 i 2, przy czym testy Hansena oraz testy istotności współczynników wzajemnej informacji wskazały na model semilogarytmiczny, zaś test KPSS oraz analiza R/S wyróżniły model podwójnie logarytmiczny. Popularne testy obejmowania w wariancji zastosowane do modeli korekty błędem nie pozwoliły rozstrzygnąć między alternatywnymi specyfikacjami.

Literatura

- Aparicio, F. M., Escribano, A. (1998), Information-Theoretic Analysis of Serial Dependence and Cointegration, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 3, 119–140.
- Ashworth, J., Evans, L. (1998), Functional Form of the Demand for Real Balances in Cagan's Hyperinflation Model, *Applied Economics*, 30, 1617–1623.
- Bae, Y., de Jong, R. M. (2004), Money Demand Function Estimation by Nonlinear Cointegration, *Working Paper*, Ohio State University.
- Balke, N. S., Fomby, T. B. (1997), Threshold Cointegration, *International Economic Review*, 38, 627–645.
- Bierens, H. J. (2000), Nonparametric Nonlinear Co-Trending Analysis, With an Application to Interest and Inflation in the U.S., *Journal of Business and Economic Statistics*, 18, 323–337.
- Breitung, J. (2001), Rank Tests for Nonlinear Cointegration, *Journal of Business and Economic Statistics*, 19, 331–340.
- Charemza, W. W., Makarova, S. (1999), Long-Run Relationships and Bilinear Processes: Initial Results, referat prezentowany na XXVIII Konferencji *Zastosowania Matematyki*, Zakopane-Kościelisko, 21–28 września 1999.
- Coenen, G., Vega, J.-L. (2001), The Demand for M3 in the Euro Area, *Journal of Applied Econometrics*, 16, 727–748.
- Cushman, D. O. (2002), Nonlinear Trends and Co-Trending in Canadian Money Demand, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 6, 1, 4.

- Dufrénot, G., Mignon, V. (2002), *Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance*, Kluwer Academic Publishers.
- Ericsson, N. R. (1998), Empirical Modeling of Money Demand, *Empirical Economics*, 23, 295–315.
- Escribano, A. (2004), Nonlinear Error Correction: the Case of Money Demand in the United Kingdom (1878–2000), *Macroeconomic Dynamics*, 8, 76–116.
- Escribano, A., Mira S. (2002), Nonlinear Error Correction Models, *Journal of Time Series Analysis*, 23, 509–522.
- Fagan, G., Henry, J. (1998), Long Run Money Demand in the EU: Evidence for Area-Wide Aggregates, *Empirical Economics*, 23, 483–506.
- Granger, C. W. J. (1995), Modelling Nonlinear Relationships Between Extended-Memory Variables, *Econometrica*, 63, 265–279.
- Granger, C. W. J., Hallman, J. (1991), Long Memory Series with Attractors, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 53, 11–26.
- Hansen, B. E. (1992), Tests for Parameter Instability in Regressions with I(1) Processes, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 321–335.
- Hoffman, D. L., Rasche R. H. (1996), *Aggregate Money Demand Functions. Empirical Applications in Cointegrated Systems*, Kluwer Academic Publishers, Boston/London/Dordrecht.
- Johansen, S., Juselius, K. (1990), Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration – with Applications to the Demand for Money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 169–210.
- Kot, A. (2004), The Impact of Monetization on the Money Demand in Poland, *Bank i Kredyt*, 2, 30–36.
- Kufel, T. (2002), *Postulat zgodności w dynamicznych modelach ekonometrycznych*, UMK, Toruń.
- Lo, A. W., Long-Term Memory in Stock Market Prices, *Econometrica*, 59, 1279–1313.
- Lütkepohl, H., Teräsvirta, T., Wolters, J. (1999), Investigating Stability and Linearity of a German M1 Money Demand Function, *Journal of Applied Econometrics*, 14, 511–525.
- Phillips, P. C. B., Hansen, B. E. (1990), Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with I(1) Processes, *Review of Economic Studies*, 57, 99–125.
- Sefton, S. (1996), Extended Critical Values for a Simple Test for Cointegration, *Applied Economic Letters*, 3, 155–157.
- Stracca, L. (2001), The Functional Form of the Demand for Euro Area M1, *European Central Bank Working Paper Series*, 51.
- Vinod, H. D. (1999), Nonparametric Estimation of Nonlinear Money Demand Cointegration Equation by Projection Pursuit Methods, *Working Paper*, Fordham University.
- Zieliński, Z. (1991), *Liniowe modele ekonometryczne jako narzędzie opisu i analizy przyczynowych zależności zjawisk ekonomicznych*, UMK, Toruń.