

## DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE

IX Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 6–8 września 2005 w Toruniu  
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

---

*Ewa Marta Syczewska*  
*Szkoła Główna Handlowa*

### Wpływ agregacji kursów złotych na wyniki estymacji parametru integracji ułamkowej metodą Phillipsa

#### 1. Wprowadzenie

Celem artykułu jest porównanie wyników testowania niestacjonarności i estymacji modeli ARIMA dla średnich kursów walutowych przy trzech stopniach agregacji: na podstawie dziennych notowań, na podstawie średnich tygodniowych i miesięcznych.

Przedmiotem analizy są średnie kursy NBP. Baza danych obejmuje notowania kursów dziennych od 4 stycznia 1993 r. do 31 maja 2005 r. włącznie, zatem szeregi są przedłużone w porównaniu z analogiczną bazą danych wykorzystaną w pracy Syczewska (2004). Są to kursy złote względem zarówno walut obowiązujących obecnie, jak i kursy historyczne dla wybranych krajów, które weszły do strefy euro. Kursy są wyrażone jako liczba złotych polskich za jednostkę waluty, lub, w kilku przypadkach, za 100 jednostek waluty obcej. Szereg notowań euro, podobnie jak we wcześniejszej pracy, został przedłużony wstecz na podstawie stałych stóp konwersji (por. Tablica 3 w pracy: Oręziak (2003), s. 78). Dla wszystkich kursów, jak poprzednio, wyznaczono średnie tygodniowe i średnie miesięczne. Następnie przy wszystkich trzech poziomach agregacji zostały obliczone wartości logarytmów kursów – dziennych, średnich tygodniowych i średnich miesięcznych – a także zwroty logarytmiczne

$$r_t = \ln(e_t) - \ln(e_{t-1})$$

Przeprowadzone wcześniej badania wykazały, że estymacja parametrów integracji ułamkowej trzema wybranymi metodami przynosi zróżnicowane oceny w zależności od stopnia agregacji zmiennej. Uzupełniamy wcześniejsze badania, sprawdzając wpływ agregacji na wyniki wnioskowania w testach integracji, teście KPSS, który jest testem stacjonarności, a przede wszystkim – na wyniki estymacji integracji ułamkowej metodą Phillipsa.

## 2. Integracja ułamkowa

Niech  $\{y_t\}$  oznacza szereg czasowy obserwacji zmiennej niestacjonarnej. Jak wiadomo, stopień integracji został zdefiniowany jako najmniejsza całkowita liczba przyrostów, dla której otrzymujemy szereg stacjonarny. Uogólnienie tego pojęcia na wartości  $d$  będące liczbami rzeczywistymi wymaga zdefiniowania przyrostów ułamkowych:

$$\Delta^d = (1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k L^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} L^k 1,$$

gdzie  $L$  oznacza operator opóźnień, parametry rozwinięcia są określone przy użyciu funkcji gamma. Istnieje wiele sposobów testowania stopnia integracji szeregu, a także estymacji parametrów integracji ułamkowej. W pracy Syczewska (2004) przedstawiono porównanie wyników estymacji tego parametru przy użyciu trzech procedur:

- uogólnionej procedury Lo (1991),
- metody Geweke i Porter-Hudak (1983), wykorzystującej regresję periodogramu,
- metody Robinsona (1995), również związanej z regresją periodogramu.

Metody te zastosowano do analizy szeregów notowań złotych kursów walutowych NBP, przy czym wybrano trzy poziomy agregacji: kursy dzienne, średnie tygodniowe i średnie miesięczne. Okazało się, że stopień agregacji szeregu ma wpływ na oceny parametru integracji ułamkowej otrzymane tymi trzema metodami.

Obecnie przedstawiamy wyniki, które stanowią rozszerzenie i uzupełnienie powyższej analizy. Mianowicie na podstawie szeregów obserwacji przedłużonych do końca maja 2005 r. przeprowadzono następujące obliczenia:

- jak poprzednio, wyznaczono logarytmy i przyrosty logarytmów – czyli zwroty logarytmiczne – badanych kursów dziennych.
- Wyznaczono średnie tygodniowe oraz miesięczne badanych kursów i dla nich również obliczono zwroty logarytmiczne.
- Dla tak określonych szeregów obserwacji obliczono wartości statystyk:
  - testu Kwiatkowskiego, Phillipsa, Schmidta i Shina (dalej: KPSS), który służy do testowania stacjonarności szeregu;
  - testu Dickeya-Fullera, który jest testem pierwiastka jednostkowego,
  - testu DF-GLS, wprowadzonego przez Elliotta, Rothenberga i Stocka, oraz
  - oceny parametru integracji ułamkowej metodą podaną przez Phillipsa (1995).

### 3. Test Kwiatkowskiego, Phillipsa, Schmidta i Shina

Test ten ma dwie wersje: dla modelu z trendem i bez trendu. Niech  $e_t$  oznacza reszty regresji badanej zmiennej odpowiednio względem trendu liniowego lub względem stałej. Symbolem  $S_t$  oznaczono sumy częściowe reszt  $e_t$ . Jako estymator wariancji długookresowej autorzy przyjmują

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s,l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s},$$

gdzie wagi wyznaczone są na podstawie funkcji gęstości Bartletta:  $w(s,l) = 1 - s/(l+1)$ . Statystyka testu KPSS jest zdefiniowana wzorem:

$$\hat{\eta} = T^{-2} \sum S_t^2 / s^2(l)$$

Jeśli obliczona wartość statystyki KPSS jest większa niż wartość krytyczna, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o trendostacjonarności badanego szeregu. W przeciwnym przypadku hipotezę zerową odrzucamy na rzecz niestacjonarności szeregu.

### 4. Test pierwiastka jednostkowego Dickeya-Fullera

Test Dickeya-Fullera jest testem hipotezy zerowej o niestacjonarności badanego szeregu, spowodowanej przez występowanie pierwiastka jednostkowego, przeciwko hipotezie alternatywnej o jego stacjonarności. Jak wiadomo, przeprowadzenie testu polega na oszacowaniu regresji postaci:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \gamma_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t,$$

gdzie  $\{y_t\}$  oznacza szereg obserwacji badanej zmiennej, liczba  $k$  opóźnionych wartości przyrostów zmiennej jest tak dobrana, aby wyeliminować autokorelację składnika losowego  $\varepsilon_t$ . Statystyka testu DF obliczana jest jako iloraz typu t-Studenta:

$$DF = \hat{\delta} / s_{\hat{\delta}}.$$

Gdy obliczona wartość statystyki jest większa niż odpowiednia wartość krytyczna, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niestacjonarności badanego szeregu. Natomiast gdy obliczona wartość statystyki DF jest mniejsza niż wartość krytyczna, hipotezę zerową odrzucamy na rzecz alternatywnej o stacjonarności zmiennej  $Y$ .

## 5. Test DF-GLS Elliotta, Rothenberga i Stocka

Test zaproponowany przez Elliotta, Rothenberga i Stocka (1996) stanowi modyfikację testu ADF. Pierwszym etapem konstrukcji testu jest przekształcenie obserwacji badanej zmiennej w następujący sposób:

$$d(y_t) = \begin{cases} y_t & \text{jeśli } t = 1, \\ y_t - ay_{t-1} & \text{dla } t > 1, \end{cases}$$

gdzie  $a$  oznacza odpowiednio dobraną stałą, mianowicie  $1 - 7/T$  dla modelu ze stałą, zaś  $1 - 13,5/T$  dla modelu ze stałą i trendem ( $T$  oznacza liczbę obserwacji). Analogicznie przekształcane są wektory wartości stałej i trendu,  $d(x)$ . Niech  $\hat{\delta}(a)$  oznacza wektor ocen MNK parametrów regresji  $d(y_t)$  względem  $d(x_t)$ . Wartości, dla których szacowana jest regresja ADF, jednak bez stałej i trendu, to wartości  $y_t^d = y_t - x_t \hat{\delta}(a)$ . Hipoteza zerowa o niestacjonarności badanej zmiennej jest odrzucana, gdy obliczona wartość statystyki DF w regresji

$$\Delta y_t^d = \delta y_{t-1}^d + \sum_{j=1}^k \gamma_j \Delta y_{t-j}^d + \varepsilon_t$$

jest niższa niż wartość krytyczna. Symulowane wartości krytyczne dla liczebności próby 50, 100 i 200 oraz wartości asymptotyczne są podane przez Elliotta, Rothenberga i Stocka (1996), Tablica 1, s. 825, przy poziomach istotności 0.01; 0.025; 0.05 i 0.10.

## 6. Metoda Phillipsa estymacji parametru integracji ułamkowej

Testy pierwiastka jednostkowego oraz testy stacjonarności koncentrują uwagę na całkowitych wartościach parametru integracji: 0 i 1, natomiast bezpośrednie metody estymacji parametru integracji umożliwiają uwzględnienie dowolnych wartości rzeczywistych. Jest to tzw. integracja ułamkowa. W pracy Syczewska (2004) przeprowadzono porównanie wyników estymacji metodami Geweke i Porter-Hudak, metodą Lo oraz metodą Robinsona, na podstawie procedur *gphudak*, *lomodrs* oraz *roblpr*. Czwarta procedura, *modlpr*, autorstwa Christophera F Bauma z Boston College, USA oraz Vince Wigginsa ze Stata Corporation, stanowi implementację w Stacie metody estymacji integracji ułamkowej, zaproponowanej przez Phillipsa (1999), a stanowiącej korektę metody Geweke i Porter-Hudak. Z badanego szeregu usuwany jest trend liniowy, a sama metoda estymacji skorygowana w celu uwzględnienia rozkładu przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej, oznaczającej, że  $d = 1$ . Wyniki procedury *modlpr* zawierają prócz oceny parametru integracji ułamkowej również wartość statystyk  $t$  oraz z dotyczących odpowiednio sprawdzenia hipotez, czy prawdziwa wartość stopnia integracji  $d$  jest równa 0 lub 1.

### Podsumowanie wyników testu Kwiatkowskiego, Phillipsa, Schmidta i Shina

Asymptotyczne wartości krytyczne testu KPSS są podane w pracy Kwiatkowskiego i współautorów (1992), tabela 1, s. 166. Schwert (1989) podaje ogólną metodę doboru liczby opóźnień. Przy obliczeniach zgodnych z jego regułą, dla dziennych średnich notowań kursów liczba opóźnień wahała się od 20 do 28, w zależności od waluty; dla wartości tygodniowych – od 13 do 18, zaś dla danych miesięcznych – od 19 do 13. Wyniki obliczeń statystyki KPSS sugerują brak silnego wpływu poziomu agregacji zmiennej na wyniki wnioskowania o trendostacjonarność lub stacjonarność kursów.

### Podsumowanie wyników testu pierwiastka jednostkowego

#### a) Test Dickeya–Fullera

Wartości krytyczne testu są równe  $-3.430$ ,  $-2.860$  oraz  $-2.570$  odpowiednio dla  $\alpha = 0.01$ ,  $0.05$  oraz  $0.10$ , w przypadku danych dziennych (około 2000–3000 obserwacji). Średnie tygodniowe liczą po około 650 obserwacji, wartości krytyczne wynoszą w tym przypadku  $-3.430$ ;  $-2.860$  i  $-2.570$ . Dla danych miesięcznych odpowiednie wartości krytyczne wynoszą:  $-3.507$ ,  $-2.889$  oraz  $-2.579$ . Procedura zaimplementowana w Stacie obejmuje między innymi wyznaczanie poziomów istotności (*p-value*) według metody MacKinnona. Dla zwrotów logarytmicznych ich wartości są bliskie zero, przy wszystkich trzech poziomach agregacji. Tablica 1 zawiera wyniki obliczeń dla wybranych kursów<sup>1</sup>.

Tablica 1. Wartości statystyk rozszerzonego testu Dickeya-Fullera dla kursów dziennych, średnich tygodniowych i miesięcznych oraz zwrotów dziennych, tygodniowych i miesięcznych

Waluta	Dzienne	Zwroty	Tygodniowe	Zwroty	Miesięczne	Zwroty
CHF	-2.774	-60.587	-2.892	-20.828	-2.860	-8.418
DKK	-2.513	-61.079	-2.588	-21.128	-2.408	-8.263
EURO	-2.370	-61.095	-2.391	-21.136	-2.248	-8.135
GBP	-1.830	-58.887	-1.597	-20.149	-1.425	-8.904
GRD	-3.419	-30.291	-2.598	-12.480	-2.606	-4.022
JPY	-2.801	-57.132	-2.754	-19.924	-2.691	-7.535
NOK	-2.542	-60.952	-2.556	-21.911	-2.338	-7.818
USD	-0.969	-56.694	-0.626	-20.909	-0.386	-7.789

<sup>1</sup> Pełne wyniki dla zestawu 24 kursów złotych są dostępne u autorki, zostaną ponadto opublikowane w odrębnym opracowaniu.

W przypadku franka belgijskiego obliczona wartość statystyki testu ADF jest dla notowań dziennych mniejsza niż wartość krytyczna przy poziomie istotności  $\alpha = 0.01$ , jednak większa niż przy poziomie 0.05, zaś dla średnich tygodniowych i miesięcznych obliczone wartości statystyki są bliskie wartości krytycznej jednak nieco ją przewyższają. Obliczone dla franka szwajcarskiego wartości statystyki są niższe od wartości krytycznej przy  $\alpha = 0.01$  dla wszystkich trzech poziomów agregacji. W przypadku korony duńskiej obliczona wartość statystyki jest niższa od wartości krytycznej tylko dla średnich tygodniowych. Takie wyniki sugerowałyby odrzucenie hipotezy zerowej o niestacjonarności badanego szeregu, należy jednak pamiętać, że test DF jest wrażliwy na zmiany strukturalne.

Wartości statystyki testu ADF są niższe od wartości krytycznych dla drachmy, oraz jena, w tym przypadku jednak wyniki nie zależą od stopnia agregacji.

Dla wszystkich pozostałych walut wyniki są takie, jakich należało się spodziewać, tzn. wartości statystyki obliczonej dla dziennych, tygodniowych i miesięcznych kursów są większe niż odpowiednie wartości krytyczne, a zatem oznaczają niestacjonarność zmiennych. We wszystkich przypadkach wartości statystyki wyznaczone dla zwrotów logarytmicznych są niższe od wartości krytycznej. Zatem w większości przypadków badane szeregi są zintegrowane w stopniu 1.

#### b) Test DF-GLS Elliotta, Rothenberga i Stocka

Dla logarytmów notowań dziennych maksymalną liczbę opóźnień ustalono na poziomie 10, zastosowano wersję testu z trendem (statystyka  $\tau$ ), natomiast dla zwrotów logarytmicznych przyjęto wersję testu bez trendu (statystyka  $\mu$ ). Wartości krytyczne wybrane w wersji podanej przez Elliotta, Rothenberga i Scotta, są następujące:

Poziom istotności	0.01	0.05	0.10
Test z trendem	-3.480	-2.840	-2.553
Test bez trendu	-2.580	-1.950	-1.620

Dwie gwiazdki oznaczają wartości statystyki DF-GLS mniejsze od wartości krytycznej dla poziomu  $\alpha = 0.05$ , ale większe niż wartość krytyczna dla poziomu  $\alpha = 0.01$ . Krzyżykiem oznaczono wartości statystyki mniejsze niż wartość krytyczna testu przy poziomie  $\alpha = 0.05$ , lecz większe niż wartość przy poziomie  $\alpha = 0.01$ . Dwoma krzyżykami – wartości statystyki mniejsze niż wartość krytyczna testu przy poziomie  $\alpha = 0.01$ .

Na podstawie wartości statystyk testu obliczonych dla notowań dziennych dla żadnej z walut nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niestacjonarności. Natomiast w przypadku średnich tygodniowych i miesięcznych hipotezę tę należałoby odrzucić dla kursu franka belgijskiego.

Tablica 2. Wartości statystyki testu DF-GLS

	Dzienne, test z trendem	Zwroty lo- garyt- miczne, test bez trendu	Tygodnio- we, test z trendem	Zwroty tygo- dniowe, test bez trendu	Średnie mie- sięczne, test z trendem	Zwroty mie- sięczne, test bez trendu
ATS	0.125	-3.301	-0.074	-6.505	-1.142	-1.155
BEF	-2.144	-12.161	-3.265#	-7.733	-8.719##	-6.928**
CAD	-0.457	-11.223	-0.569	-6.868	-0.723	-0.282
CHF	-0.305	-5.832	-0.517	-3.126	-0.815	-2.531*
CZK	-1.399	-2.475**	-1.657	-1.524*	-1.807	-0.989
DEM	0.292	-4.307	0.040	-6.248	-1.118	-1.220
DKK	-0.285	-3.536	-0.511	-6.341	-1.128	-0.641
ESP	-0.393	-3.109	-0.476	-5.521	-1.146	-1.685
EURO	-0.363	-3.496	-0.600	-6.748	-1.168	-2.129*
FIM	0.115	-1.048*	-0.186	-1.818*	-1.214	-1.448
FRF	0.143	-3.359	-0.014	-4.120	-1.169	-0.976
GBP	-0.208	-10.686	-0.369	-2.051**	-0.668	-1.286
GRD	-1.596	-3.248	-2.358	-2.670	-1.844	-0.432
HUF	-1.232	-8.710	-1.782	-2.634	-1.869	-0.526
IEP	-0.144	-3.959	-0.288	-4.515	-1.210	-0.980
ITL	-0.183	-2.268**	-0.173	-2.803	-0.920	-1.990
JPY	-0.329	-8.437	-0.831	-6.006	-0.849	-0.215
LUF	0.151	-3.321	-0.063	-6.160	-1.264	-1.339
NLG	0.124	-3.911	-0.129	-6.480	-1.117	-1.261
NOK	-0.292	-5.850	-0.589	-5.957	-0.952	-1.405
PTE	-0.132	-4.270	-0.289	-3.500	-1.286	-1.849
SEK	-0.424	-5.020	-0.530	-1.162*	-1.201	-2.176*
XEU	-0.763	-2.760	-0.478	-3.132	-1.183	-1.628
USD	0.340	-4.146	0.091	-5.614	-0.277	0.016

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku zwrotów logarytmicznych dziennych nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o niestacjonarności w przypadku marki fińskiej, lira włoskiego oraz korony czeskiej. W przypadku zwrotów tygodniowych – hipotezę o niestacjonarności odrzucamy dla większości walut, z wyjątkiem korony czeskiej, marki fińskiej, funta brytyjskiego oraz korony czeskiej. W przypadku zwrotów logarytmicznych dla średnich miesięcznych – nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o niestacjonarności dla większości walut, z wyjątkiem franka belgijskiego, franka szwajcarskiego, euro, korony szwedzkiej.

### c) Test Phillipsa-Perrona

W tablicy 3 podano obliczone wartości statystyk testu Phillipsa-Perrona, przy czym dla testu  $Z(t)$  podano wartość poziomów istotności według MacKinnona. Ponownie dla oszczędności miejsca przytoczono wartości dla wybranych walut. Wyniki wnioskowania na podstawie testu Phillipsa-Perrona są dla omawianych kursów niezależne od poziomu agregacji. Natomiast zwraca uwagę różnica zachowania kursów walut Belgii, Czech, Grecji i Węgier od pozostałych walut.

Tablica 3. Wartości statystyki testu Phillipsa-Perrona dla notowań kursów dziennych, tygodniowych i miesięcznych

Waluta	Dla dziennych		Dla tygodniowych		Dla miesięcznych	
	Z(ρ)	Z(t)	Z(ρ)	Z(t)	Z(ρ)	Z(t)
ATS	-4.642	-3.609 (0.0056)	-4.828	-3.650 (0.0049)	-4.461	-4.085 (0.0010)
BEF	-8.756	<b>-2.086 (0.250)</b>	-8.793	<b>-2.092 (0.2476)</b>	-9.709	<b>-2.209 (0.2029)</b>
CAD	-4.408	-2.865 (0.0495)	-4.314	-2.984 (0.0364)	-4.234	-3.133 (0.0242)
CHF	-5.359	-3.730 (0.0037)	-5.616	-3.811 (0.0028)	-5.455	-4.264 (0.0005)
CZK	-2.099	<b>-0.909 (0.7863)</b>	-1.910	<b>-0.865 (0.8007)</b>	-1.984	<b>-0.917 (0.7834)</b>
DEM	-4.590	-3.639 (0.0051)	-4.786	-3.638 (0.0051)	-4.395	-4.043 (0.0012)
ESP	-3.826	<b>-2.424 (0.1350)</b>	-4.033	<b>-2.482 (0.1200)</b>	-3.434	-2.633 (0.0865)
EURO	-4.786	-3.347 (0.0129)	-5.092	-3.366 (0.0122)	-4.851	-3.548 (0.0068)
GBP	3.913	-3.344 (0.0130)	-3.873	-3.325 (0.0138)	-3.802	-3.477 (0.0086)
GRD	-2.161	<b>-0.952 (0.7713)</b>	-1.912	<b>-0.883 (0.7947)</b>	-1.855	<b>-0.882 (0.7952)</b>
HUF	-3.376	<b>-1.276 (0.6393)</b>	-3.622	<b>-1.324 (0.6174)</b>	-3.907	<b>-1.381 (0.5899)</b>
JPY	-7.286	-3.869 (0.0023)	-7.446	-3.833 (0.0026)	-7.783	-3.782 (0.0031)
SEK	-4.322	-2.854 (0.0510)	-4.603	-2.988 (0.0360)	-4.610	-3.197 (0.0201)
XEU	-2.009	<b>-2.405 (0.1402)</b>	-2.086	<b>-2.521 (0.1105)</b>	-1.830	-2.815 (0.0562)
USD	-4.250	-3.412 (0.0106)	-4.227	-3.379 (0.0117)	-4.155	-3.516 (0.0076)

Źródło: obliczenia własne.

#### Metoda Phillipsa estymacji parametru integracji ułamkowej

Metoda Phillipsa stanowi modyfikację metody Geweke i Porter- Hudak, również polega na wyznaczaniu oceny parametru integracji ułamkowej na podstawie logarytmu periodogramu.

W tablicy 4a podano obliczone wartości ocen parametru integracji ułamkowej (kolumna 2), błędy szacunku (kolumna 3), a także statystyki testów dwu hipotez:  $d = 0$  oraz  $d = 1$ , wraz z poziomami istotności. Dla wszystkich walut odrzucamy hipotezę zerową, że prawdziwa ocena parametru integracji ułamkowej jest równa zero. W większości przypadków nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że wartość parametru integracji ułamkowej jest równa 1. Wyjątek stanowią dzienne kursy marki fińskiej, forinta, funta irlandzkiego oraz korony norweskiej.

Tablica 4a. Wyniki dla logarytmów kursów dziennych, zaokrąglone do 3 cyfr po przecinku

Symbol waluty	Ocena d	Błąd oceny	t(H0:d=0)	P> t	z(H0:d=1)	P> z
ATS	1.043	0.081	12.859	0.000	0.469	0.639
BEF	0.912	0.097	9.390	0.000	-0.949	0.343
CAD	0.922	0.067	13.839	0.000	-0.900	0.368
CHF	1.004	0.076	13.216	0.000	0.045	0.965
CZK	1.021	0.094	10.883	0.000	0.206	0.836
DEM	1.122	0.096	11.727	0.000	1.308	0.191
DKK	1.012	0.088	11.562	0.000	0.139	0.889
ESP	0.963	0.095	10.082	0.000	-0.403	0.687
EURO	1.047	0.105	9.979	0.000	0.541	0.588
FIM	1.180	0.081	14.602	0.000	<b>1.944</b>	<b>0.052</b>



Symbol waluty	Ocena d	Błąd oceny	t(H0:d=0)	P> t	z(H0:d=1)	P> z
FRF	1.066	0.069	15.552	0.000	0.709	0.479
GBP	0.999	0.081	12.280	0.000	-0.010	0.992
HUF	1.231	0.111	11.048	0.000	<b>2.274</b>	<b>0.023</b>
IEP	1.165	0.078	15.028	0.000	<b>1.769</b>	<b>0.077</b>
ITL	1.047	0.070	14.972	0.000	0.509	0.611
JPY	0.995	0.095	10.433	0.000	-0.053	0.958
LUF	1.046	0.074	14.115	0.000	0.497	0.619
NLG	1.162	0.111	10.485	0.000	<b>1.735</b>	<b>0.083</b>
NOK	1.036	0.081	12.754	0.000	0.412	0.680
PTE	0.971	0.132	7.345	0.000	-0.316	0.752
SEK	1.080	0.083	12.970	0.000	0.920	0.357
XEU	1.042	0.111	9.390	0.000	0.407	0.684
USD	1.011	0.096	10.487	0.000	0.128	0.898

Źródło: obliczenia własne.

Tablica 4b. Wyniki dla zwrotów logarytmicznych z kursów dziennych

Symbol waluty	Ocena d	Błąd oceny	t(H0:d=0)	P> t	z(H0:d=1)	P> z
ATS	0.517	0.102	5.065	0.000	-5.218	0.000
BEF	<b>0.012</b>	<b>0.125</b>	<b>0.095</b>	<b>0.925</b>	-10.675	0.000
CAD	<b>0.047</b>	<b>0.089</b>	<b>0.520</b>	<b>0.605</b>	-11.027	0.000
CHF	0.370	0.084	4.416	0.000	-7.290	0.000
CZK	<b>0.122</b>	<b>0.118</b>	<b>1.030</b>	<b>0.309</b>	-8.660	0.000
DEM	0.567	0.094	6.047	0.000	-4.627	0.000
DKK	0.260	0.084	3.111	0.003	-8.553	0.000
ESP	0.420	0.093	4.509	0.000	-6.266	0.000
EURO	0.257	0.084	3.061	0.003	-8.590	0.000
FIM	0.476	0.118	4.025	0.000	-5.661	0.000
FRF	0.438	0.099	4.405	0.000	-6.010	0.000
GBP	0.332	0.098	3.379	0.001	-7.729	0.000
HUF	0.306	0.143	2.149	0.038	-6.841	0.000
IEP	0.794	0.089	8.927	0.000	-2.199	0.028
ITL	0.399	0.100	3.988	0.000	-6.498	0.000
JPY	0.502	0.084	6.003	0.000	-5.764	0.000
LUF	0.480	0.098	4.888	0.000	-5.615	0.000
NLG	0.417	0.082	5.110	0.000	-6.228	0.000
NOK	<b>0.100</b>	<b>0.101</b>	<b>0.991</b>	<b>0.326</b>	-10.403	0.000
PTE	0.452	0.095	4.772	0.000	-5.916	0.000
SEK	0.237	0.102	2.329	0.024	-8.829	0.000
XEU	<b>-0.050</b>	<b>0.144</b>	<b>-0.344</b>	<b>0.733</b>	-10.089	0.000
USD	0.291	0.091	3.183	0.002	-8.200	0.000

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku zwrotów wyznaczonych dla kursów dziennych odrzucamy hipotezę zerową oznaczającą, że  $d = 1$ . Oceny parametru integracji ułamkowej są bardzo zróżnicowane: dla części kursów zbliżone do wartości 0.5, między innymi dla szylinga austriackiego, marki niemieckiej, jena są nieco wyższe od 0.5, dla marki fińskiej, franka francuskiego, walut Hiszpanii, Portugalii, Finlan-

dii, Francji, Luksemburga i Holandii są nieco większe niż 0.4. Dla franka szwajcarskiego i funta brytyjskiego oraz – spośród walut historycznych – lira włoskiego wartości ocen parametru integracji ułamkowej są niemal równe 0.4, dla forinta – nieco większa niż 3. Dla walut Belgii, Kanady, Czech, Norwegii nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, oznaczającej, że prawdziwa wartość parametru integracji ułamkowej jest równa zero. Oceny parametru integracji ułamkowej dla zwrotów z kursu euro oraz z kursu dolara mają dość niskie wartości, około 0.2, jednak obie są istotnie różne od zera. Szczególnie nietypową wartość ma ocena parametru integracji ułamkowej dla historycznego kursu funta irlandzkiego – jest równa niemal 0.8; jednak hipoteza, że prawdziwa wartość parametru jest równa 1, została odrzucona.

Tablica 5a. Wyniki estymacji parametru integracji ułamkowej dla średnich tygodniowych

Symbol waluty	Ocena d	Błąd oceny	t(H0:d=0)	P> t	z(H0:d=1)	P> z
ATS	1.134	0.195	5.815	0.000	0.954	0.340
BEF	1.039	0.185	5.633	0.000	0.281	0.779
CAD	1.025	0.123	8.342	0.000	0.194	0.846
CHF	1.051	0.120	8.747	0.000	0.401	0.688
CZK	0.870	0.167	5.194	0.000	-0.862	0.389
DEM	1.190	0.146	8.135	0.000	1.359	0.174
DKK	1.065	0.127	8.401	0.000	0.510	0.610
ESP	1.029	0.173	5.953	0.000	0.204	0.839
EURO	1.047	0.129	8.144	0.000	0.368	0.713
FIM	1.063	0.113	9.393	0.000	0.452	0.651
FRF	1.110	0.116	9.575	0.000	0.785	0.432
GBP	1.103	0.143	7.693	0.000	0.800	0.424
HUF	1.114	0.188	5.911	0.000	0.752	0.452
IEP	1.185	0.123	9.655	0.000	1.323	0.186
ITL	0.960	0.126	7.599	0.000	-0.289	0.772
JPY	1.009	0.161	6.262	0.000	0.069	0.945
LUF	1.121	0.130	8.643	0.000	0.862	0.389
NLG	1.211	0.138	8.804	0.000	1.510	0.131
NOK	1.178	0.120	9.818	0.000	1.388	0.165
PTE	1.133	0.204	5.543	0.000	0.950	0.342
SEK	1.123	0.125	8.950	0.000	0.957	0.339
XEU	1.060	0.146	7.246	0.000	0.385	0.700
USD	1.047	0.135	7.772	0.000	0.368	0.713

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku średnich tygodniowych oceny parametru integracji ułamkowej są dla większości badanych walut (z wyjątkiem korony czeskiej, a z walut historycznych – lira włoskiego) większe od 1. Wyniki testu hipotezy  $H_0: d = 1$  sugerują, że nie ma podstaw do jej odrzucenia.

Tablica 5b. Estymacja parametru integracji ułamkowej dla zwrotów logarytmicznych ze średnich kursów złotych

Symbol waluty	Ocena d	Błąd oceny	t(H0:d=0)	P> t	z(H0:d=1)	P> z
ATS	<b>-0.070</b>	<b>0.185</b>	<b>-0.377</b>	<b>0.710</b>	-7.645	0.000
BEF	<b>0.099</b>	<b>0.190</b>	<b>0.523</b>	<b>0.606</b>	-6.436	0.000
CAD	<b>-0.0004</b>	<b>0.145</b>	<b>-0.003</b>	<b>0.998</b>	-7.800	0.000
CHF	0.552	0.154	3.592	0.001	-3.497	0.000
CZK	<b>0.027</b>	<b>0.191</b>	<b>0.150</b>	<b>0.883</b>	-6.427	0.000
DEM	0.330	0.117	2.807	0.011	-4.790	0.000
DKK	0.556	0.155	3.586	0.001	-3.462	0.001
ESP	<b>-0.121</b>	<b>0.155</b>	<b>-0.780</b>	<b>0.444</b>	-8.007	0.000
EURO	0.574	0.182	3.158	0.004	-3.318	0.001
FIM	<b>-0.018</b>	<b>0.238</b>	<b>-0.075</b>	<b>0.941</b>	-7.273	0.000
FRF	0.559	0.158	3.533	0.002	-3.153	0.002
GBP	0.665	0.136	4.899	0.000	-2.610	0.009
HUF	<b>0.112</b>	<b>0.228</b>	<b>0.488</b>	<b>0.631</b>	-5.878	0.000
IEP	0.466	0.217	2.145	0.044	-3.813	0.000
ITL	<b>0.082</b>	<b>0.196</b>	<b>0.420</b>	<b>0.679</b>	-6.559	0.000
JPY	0.484	0.122	3.975	0.001	-4.026	0.000
LUF	<b>-0.042</b>	<b>0.174</b>	<b>-0.241</b>	<b>0.812</b>	-7.445	0.000
NLG	0.585	0.272	2.154	0.043	-2.966	0.003
NOK	0.587	0.132	4.451	0.000	-3.223	0.001
PTE	<b>-0.116</b>	<b>0.188</b>	<b>-0.614</b>	<b>0.546</b>	-7.972	0.000
SEK	0.599	0.211	2.843	0.009	-3.124	0.002
XEU	0.576	0.174	3.313	0.004	-2.724	0.006
USD	0.356	0.128	2.783	0.010	-5.023	0.000

Źródło: obliczenia własne.

Oceny parametru integracji ułamkowej w przypadku zwrotów logarytmicznych, wyznaczonych dla średnich tygodniowych, są bardzo zróżnicowane, przyjmują nawet wartości ujemne dla szylinga austriackiego, dolara kanadyjskiego, pesety hiszpańskiej, marki fińskiej, escudo portugalskiego, waluty Luksemburga. Dla tych wszystkich walut, a także dla franka belgijskiego, korony czeskiej, forinta nie ma jednak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, że prawdziwa wartość parametru jest równa zero.

Dla pozostałych badanych walut oceny parametru integracji ułamkowej są istotnie różne od zera. W przypadku franka szwajcarskiego, korony duńskiej, euro, franka francuskiego, funta brytyjskiego i irlandzkiego, a także jena, walut Norwegii, Szwecji i Holandii oceny parametrów integracji ułamkowej są bliskie 0.5 lub nieco większe – w przypadku korony szwedzkiej i norweskiej bliskie 0.6, w przypadku funta brytyjskiego równe niemal 0.7, a więc bardzo wysokie – przypomnijmy, że są to oceny dla zwrotów logarytmicznych. Natomiast w przypadku dolara amerykańskiego ocena parametru integracji ułamkowej dla zwrotów tygodniowych jest równa około 0.35. W przypadku wszystkich walut oceny parametru integracji ułamkowej dla zwrotów tygodniowych są istotnie różne od 1.

Tablica 6a. Wyniki estymacji integracji ułamkowej dla średnich miesięcznych

Symbol waluty	Ocena d	Błąd oceny	t(H0: d=0)	P> t	z(H0: d=1)	P> z
ATS	1.125	0.192	5.869	0.000	0.617	0.537
BEF	1.041	0.292	3.559	0.005	0.201	0.840
CAD	1.323	0.284	4.656	0.001	<b>1.746</b>	<b>0.081</b>
CHF	1.061	0.194	5.469	0.000	0.331	0.741
CZK	0.871	0.359	2.429	0.041	-0.567	0.571
DEM	1.059	0.203	5.214	0.000	0.290	0.772
DKK	1.263	0.188	6.706	0.000	1.419	0.156
ESP	1.396	0.349	4.005	0.002	<b>1.953</b>	<b>0.051</b>
EURO	1.262	0.213	5.919	0.000	1.415	0.157
FIM	1.266	0.236	5.366	0.000	1.311	0.190
FRF	1.197	0.196	6.119	0.000	0.974	0.330
GBP	1.294	0.224	5.773	0.000	1.589	0.112
HUF	0.853	0.220	3.874	0.005	-0.650	0.516
IEP	1.343	0.314	4.275	0.002	<b>1.690</b>	<b>0.091</b>
ITL	1.188	0.232	5.114	0.000	0.926	0.354
JPY	1.037	0.252	4.123	0.001	0.200	0.841
LUF	1.201	0.175	6.869	0.000	0.993	0.321
NLG	1.066	0.187	5.690	0.000	0.327	0.744
NOK	1.184	0.168	7.040	0.000	0.995	0.320
PTE	1.347	0.268	5.027	0.001	<b>1.712</b>	<b>0.087</b>
SEK	1.247	0.156	7.974	0.000	1.333	0.183
XEU	1.023	0.267	3.836	0.005	0.100	0.921
USD	1.354	0.198	6.831	0.000	<b>1.911</b>	<b>0.056</b>

Źródło: obliczenia własne.

Podobnie jak dla średnich tygodniowych, oceny parametru integracji ułamkowej w przypadku średnich miesięcznych są większe od 1, z wyjątkiem korony czeskiej i forinta węgierskiego. Jednocześnie jednak dla większości walut nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, że prawdziwa wartość parametru integracji jest równa 1. Wyjątkiem są tu: dolar kanadyjski, funt irlandzki i escudo portugalskie, dla których hipotezę tę należy odrzucić przy poziomie  $\alpha$  bliskim 0.08, a także dolar amerykański, dla którego hipotezę odrzucamy przy  $\alpha$  bliskim 0.05.

Tablica 6b. Wyniki estymacji integracji ułamkowej dla zwrotów logarytmicznych ze średnich miesięcznych kursów złotych

Symbol waluty	Ocena d	Błąd oceny	T(H0:d=0)	P> t	z(H0:d=1)	P> z
ATS	-0.099	0.377	-0.263	0.798	-5.420	0.000
BEF	0.308	0.344	0.895	0.392	-3.413	0.001
CAD	0.010	0.310	0.034	0.974	-5.346	0.000
CHF	0.019	0.205	0.091	0.929	-5.301	0.000
CZK	0.189	0.337	0.559	0.591	-3.579	0.000
DEM	-0.031	0.283	-0.108	0.916	-5.082	0.000
DKK	0.207	0.207	0.999	0.338	-4.284	0.000

Symbol waluty	Ocena $d$	Błąd oceny	$T(H_0:d=0)$	$P> t $	$z(H_0:d=1)$	$P> z $
ESP	-0.089	0.308	-0.288	0.779	-5.369	0.000
EURO	0.247	0.213	1.156	0.270	-4.069	0.000
FIM	0.181	0.364	0.498	0.629	-4.037	0.000
FRF	-0.121	0.312	-0.388	0.706	-5.528	0.000
GBP	0.120	0.149	0.808	0.435	-4.753	0.000
HUF	0.141	0.199	0.712	0.497	-3.787	0.000
IEP	0.066	0.547	0.121	0.907	-4.606	0.000
ITL	0.082	0.351	0.232	0.821	-4.529	0.000
JPY	-0.044	0.126	-0.353	0.731	-5.642	0.000
LUF	-0.195	0.389	-0.500	0.628	-5.891	0.000
NLG	-0.208	0.305	-0.683	0.510	-5.959	0.000
NOK	<b>0.533</b>	<b>0.179</b>	<b>2.976</b>	<b>0.012</b>	-2.522	0.012
PTE	-0.175	0.384	-0.456	0.658	-5.794	0.000
SEK	0.574	0.347	1.654	0.124	-2.302	0.021
XEU	0.429	0.236	1.822	0.106	-2.517	0.012
USD	-0.163	0.191	-0.855	0.409	-6.284	0.000

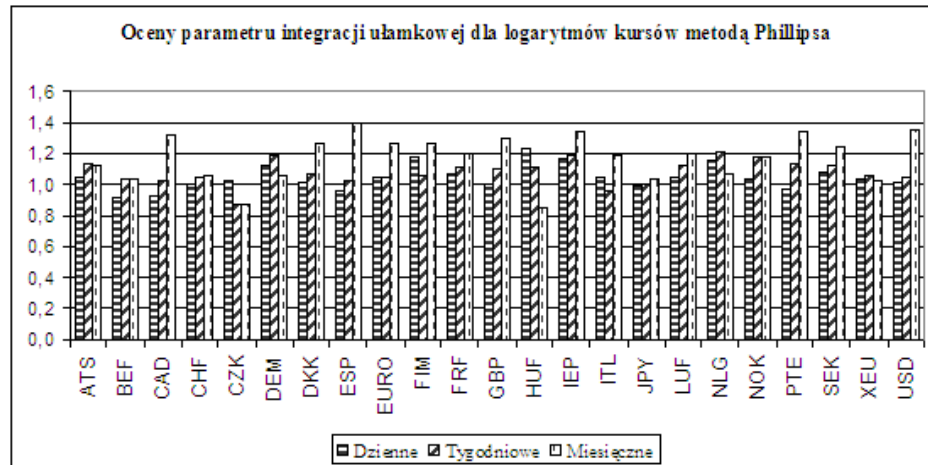
Źródło: obliczenia własne.

W przypadku zwrotów logarytmicznych obliczonych dla średnich miesięcznych oceny parametru integracji ułamkowej są dla 9 z 26 walut ujemne. Wszystkie są jednak nieistotne statystycznie. Jedynym wyjątkiem jest ocena parametru integracji ułamkowej dla korony norweskiej, równa ponad 0.5 i statystycznie istotna.

Wykresy 1 i 2 ułatwiają porównanie ocen integracji ułamkowej dla trzech rozpatrywanych poziomów agregacji. Pierwszy z nich przedstawia wartości ocen dla logarytmów kursów, zaś drugi – dla zwrotów logarytmicznych.

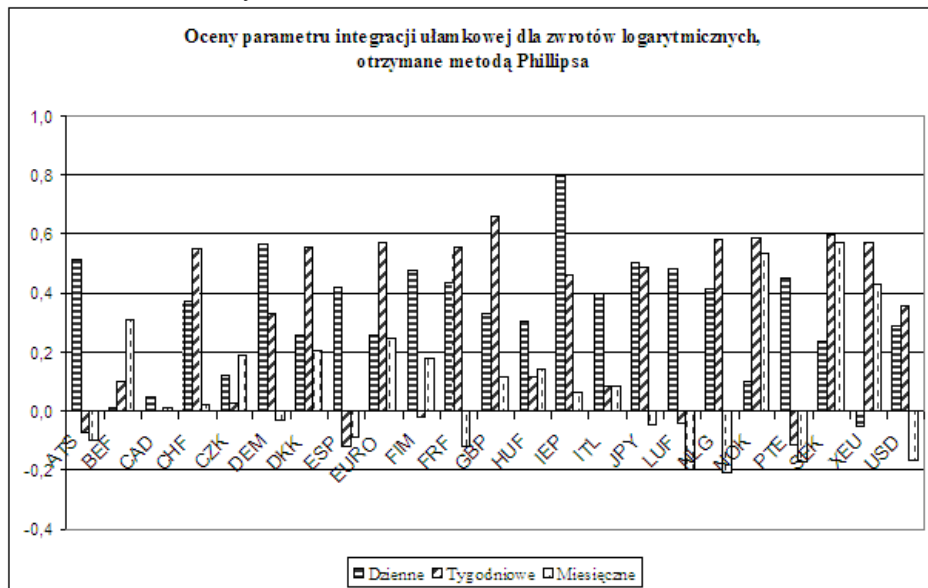
Należy zwrócić uwagę, że oceny parametrów przyjmują dość zbliżone wartości w przypadku samych kursów. Największe zróżnicowanie ocen występuje dla dolara kanadyjskiego, dolara amerykańskiego, a także dla pesety hiszpańskiej, nieco mniejsze – dla kursu euro. Dla wymienionych walut w miarę zwiększania agregacji oceny parametru  $d$  przyjmują coraz to większe wartości. Przykładem waluty, dla której przy wzroście stopnia agregacji następuje redukcja oceny parametru integracji ułamkowej, jest forint, a w nieco mniejszym stopniu – korona czeska. Dla franka szwajcarskiego oraz jena wartości ocen parametru integracji ułamkowej są stosunkowo mało podatne na wpływ poziomu agregacji.

Rys. 1. Wykres ocen parametrów integracji ułamkowej dla logarytmów kursów złotych



Źródło: opracowanie własne.

Rys. 2. Wykres ocen parametrów integracji ułamkowej dla zwrotów logarytmicznych z kursów złotych



Źródło: opracowanie własne.

W przypadku ocen parametrów integracji ułamkowej, otrzymanych metodą Phillipsa dla zwrotów logarytmicznych z kursów złotych, wartości tych ocen są znacznie bardziej zróżnicowane – zarówno, gdy porównujemy wartości otrzymane dla tej samej waluty przy różnych poziomach agregacji, jak i gdy po-

równujemy oceny otrzymane dla różnych walut. Przede wszystkim dla niektórych walut otrzymano oceny ujemne, dla większości z nich – dodatnie, z wartościami sięgającymi od  $-0.2$  do  $0.8$ . Dla jednej i tej samej waluty wartości ocen parametrów mogą być dodatnie i istotne w przypadku zwrotów dziennych, a nieistotne w przypadku zwrotów tygodniowych i miesięcznych – tak jest np. dla szylinga austriackiego. Na odwrót, dla korony norweskiej ocena parametru integracji ułamkowej dla zwrotów dziennych jest nieistotna, a dla zwrotów tygodniowych i miesięcznych – istotna, o wartościach nieco większych niż  $0.5$ . Dla jena, w przypadku ocen parametrów wyznaczonych dla logarytmów kursów, wartości ocen niewiele się różniły; tymczasem ocena wyznaczona dla zwrotów dziennych i tygodniowych jest bliska  $0.5$ , zaś dla zwrotów miesięcznych – bliska zeru i nieistotna. Dla euro oceny parametrów integracji ułamkowej są równe w przybliżeniu  $0.25$  w przypadku zwrotów dziennych i miesięcznych, zaś ponad  $0.5$  w przypadku zwrotów tygodniowych. Dla dolara amerykańskiego, mimo jego silnej współzależności z pozostałymi kursami, oceny dla zwrotów dziennych i tygodniowych są dodatnie i równe odpowiednio  $0.29$  i  $0.36$ , natomiast dla zwrotów miesięcznych ocena jest ujemna.

## Podsumowanie

Estymacja wartości parametru integracji ułamkowej ma związek z modelowaniem ekonometrycznym badanych zmiennych, np. z wyborem postaci modelu ARFIMA, ale poszczególne przedziały wartości ocen tego parametru odpowiadają określonym cechom badanego procesu – występowaniu lub nie długiej pamięci szeregu, jego stacjonarności lub jej braku. Ma zatem znaczenie dla modelowania zmiennych i dla analizy ich własności dynamicznych.

Prezentowane tu wyniki stanowią kontynuację wcześniejszych badań, które dotyczyły trzech innych metod wyznaczania parametru integracji ułamkowej: metody Geweke i Porter-Hudak, zmodyfikowanej przez Lo metody przeskalowanego rozstępu oraz metody Robinsona, stanowiącej korektę metody GPH. Tu posłużyliśmy się inną wersją metody wykorzystującej regresję periodogramu, mianowicie metodą Phillipsa, w wersji zaimplementowanej w Stacie a umożliwiającej prócz samej estymacji parametru integracji ułamkowej również przetestowanie, czy parametr integracji nie przyjmuje wartości  $0$  lub  $1$ . O ile wyniki testów KPSS oraz rozszerzonego testu Dickeya-Fullera i testu Phillipsa-Perrona nie wykazują różnic w zależności od stopnia agregacji obserwacji zmiennej, o tyle dla metody Phillipsa potwierdziły się wcześniejsze wyniki dla wspomnianych trzech metod, wykazujące znaczne zróżnicowanie wartości ocen parametru  $d$  dla poszczególnych walut, a także dla różnych stopni agregacji. Otrzymane wyniki zostaną uwzględnione przy specyfikacji modeli z integracją ułamkową i porównaniu dobroci ich dopasowania.

## Literatura

- Elliot, G., Rothenberg, T., Stock, J. H. (1996), Efficient tests for an autoregressive unit root, *Econometrica*, 64, s. 813–836.
- Geweke, J., Porter-Hudak, S. (1983), The estimation and application of long-memory time series models, *Journal of Time Series Analysis*, 4, s. 221–228; reprinted in: Robinson (2003a).
- Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P., Shin, Y. (1992), Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. How sure are we that economic time series have a unit root?”, *Journal of Econometrics*, 54, s. 159–178.
- Lo, A. H. (1991), Long-term memory in stock market prices, *Econometrica*, 59, s. 1279–1313, reprinted as chapter 5 in: Robinson (2003a).
- Phillips, P.C.B. (1999), Discrete Fourier Transforms of Fractional Processes, 1999a. Unpublished working paper No. 1243, Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University. <http://cowles.econ.yale.edu/P/cd/dy1999.htm>, plik d1243.pdf
- Phillips, P.C.B., Unit Root Log Periodogram Regression, 1999b, Unpublished working paper No. 1244, Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University, <http://cowles.econ.yale.edu/P/cd/dy1999.htm>, plik: d1244.pdf.
- Robinson, P. M. (1995), Log-periodogram regression of time series with long range dependence, *Annals of Statistics*, 23, s. 1048–1072.
- Robinson, P. M. (2003), Long-memory time series, chapter 1 in: Robinson (2003a), s. 4–32.
- Robinson, P. M. (editor) (2003a), *Time series with long memory*, Oxford University Press, Oxford.
- Schwert, G. W. (1989), Tests for unit roots: A Monte Carlo investigation, *Journal of Business and Economic Statistics*, 2, s. 147–159.
- Stock, J. H., Watson, M. W. (2003), *Introduction to Econometrics*, Addison-Wesley, Boston.
- Syczewska, E.M. (2004), Aggregation of exchange rate data and long memory measures, referat na konferencje: 27th CIRET Conference, Warszawa, wrzesień 2004.