

DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE

IX Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 6–8 września 2005 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Jerzy Czesław Ossowski
Politechnika Gdańska

Dynamika wzrostu gospodarczego a stopy procentowe w Polsce w latach 1996–2004

1. Realne stopy procentowe a dynamika produktu potencjalnego

Celem artykułu jest przedstawienie teoretycznej koncepcji opisującej związku pomiędzy stopą procentową a dynamiką produktu krajowego oraz podanie tego związku empirycznej weryfikacji.

Za punkt wyjścia w rozważaniach uznajmy agregatową, długookresową, podażową funkcję produkcji, opisującą zależności pomiędzy wielkością produktu krajowego (Y) a nakładami kapitału rzeczowego (K) i pracy (L) w kolejnych okresach t . Wstępnie założmy, iż w analizowanych okresach t podaż pracy (N) i stopa bezrobocia (u) są stałe. Oznacza to, że nakłady pracy (L) należy uznać za stałe. W rezultacie funkcję produkcji, uwzględniającą efekty postępu technicznego, zapiszmy następująco:

$$Y_t = Y(K_t, \bar{L}_t, t) = Y(K_t, t), \quad \bar{L}_t = \text{const.} \quad (1)$$

Jeśli dodatkowo uznamy, że stopa bezrobocia jest równa naturalnej stopie bezrobocia (u_n), to funkcja produkcji (1) wyznacza maksymalne ilości produktu w warunkach pełnego wykorzystania czynników. Na podstawie funkcji (1) definiujemy produktywność krańcową kapitału (MPK). W warunkach prawa malejących przychodów oraz postępu technicznego uznajemy, iż funkcja $MPK(K, t)$ spełnia następujące warunki:

$$MPK_t = \Delta Y_t / \Delta K_t = MPK(K_t, t) > 0, \quad (2)$$

$$\Delta MPK_t / \Delta K_t < 0, \quad (3)$$

$$\Delta MPK_t = MPK_t - MPK_{t-1} > 0 \quad (4)$$

Ponadto uznajemy, że stany kapitału rzeczowego na koniec kolejnych okresów są funkcją strumienia nakładów inwestycyjnych brutto (I) w danym okresie oraz wielkości amortyzacji (D - deprecjacji) kapitału rzeczowego, co zapisujemy następująco:

$$K_t = K_{t-1} + I_t - D_t \quad (5)$$

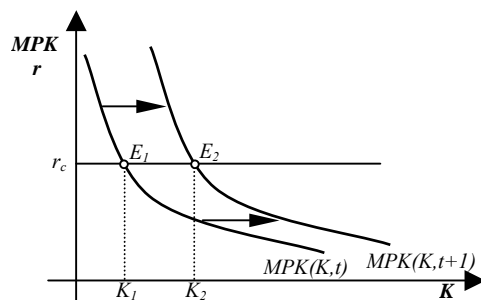
Na podstawie (5) definiujemy w następujący sposób strumień inwestycji netto (ΔK) w okresie t :

$$\Delta K_t = K_t - K_{t-1} = I_t - D_t \quad (6)$$

Z powyższego wynika, że:

$$K_t = \text{const.} \Rightarrow \Delta K_t = 0 \Rightarrow I_t = D_t \quad (7)$$

Powiemy więc, że stałość kapitału rzeczowego oznacza, iż deprecjacja majątku (D) w okresie t jest równoważona inwestycjami brutto (I) w tym samym okresie. Oznacza to, że w warunkach stałości kapitału następuje odnowienie majątku produkcyjnego. Wyrazem odnowienia kapitału jest postęp techniczny charakteryzujący się wzrostem produkcji w warunkach stałości czynników. W rezultacie postępu technicznego krzywe $MPK(K,t)$ w kolejnych okresach przesuwają się w prawą stronę w rozpatrywanym na wykresie 1 układzie współrzędnych. Jest to zgodne z warunkiem zdefiniowanym w (4).



Na skutek postępu technicznego krzywa produktu krańcowego kapitału (MPK) przesuwana się w prawą stronę. Przy ustalonej realnej stopie procentowej (r_c), przedsiębiorstwa maksymalizujące zysk zwiększają nakłady kapitałowe z poziomu K_1 do K_2 .

Wykres 1. Optymalne nakłady kapitału rzeczowego (K) w warunkach postępu technicznego i ustalonej realnej stopy procentowej (r_c)

Dla podmiotów gospodarczych realna centralna stopa procentowa (r), kształtująca poziomy rynkowych stóp procentowych, stanowi alternatywę względem stopy zwrotu wyznaczonej przez krańcową produktywność kapitału (MPK). W rezultacie podmioty gospodarcze osiągną maksymalny zysk ekonomiczny ustalając taki poziom kapitału (K) przy którym spełniona będzie następująca równość:

$$r = MPK(K_t, t) \quad (8)$$

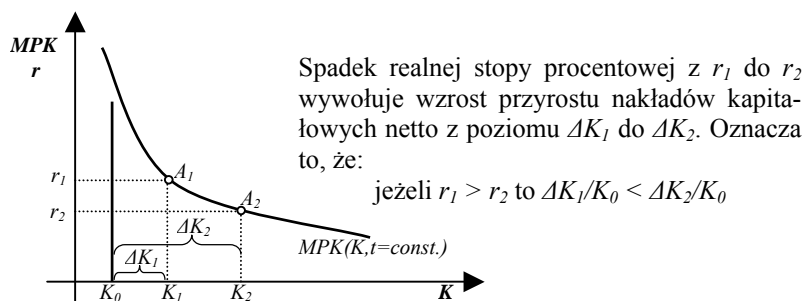
W warunkach pełnego wykorzystania czynników i ustabilizowanej stopy procentowej (r_c), na skutek zmiany położenia krzywej produktywności krańcowej

kapitału, co jest wyrazem postępu technicznego, obserwować będziemy zwiększenie się nakładów kapitałowych, tak jak przedstawiono to na wykresie 1.

Zauważmy, że w przypadku stopy inflacji (π) oraz nominalnej stopy procentowej (i), realną stopę procentową (r) dla okresu t definiujemy następująco:

$$1 + r_t = \frac{1 + i_t}{1 + \pi_t} \Rightarrow r_t \cong i_t - \pi_t \quad (9)$$

Jeśli realna stopa procentowa (r) ulegnie zmniejszeniu z poziomu (r_1) do poziomu (r_2), wówczas optymalne nakłady kapitału ulegną zwiększeniu z poziomu (K_1) do poziomu (K_2). W rezultacie zwiększy się dynamika nakładów inwestycyjnych netto w relacji do występującego wcześniej poziomu kapitału (K_0), jak przedstawiono to na wykresie 2.



Wykres 2. Zmiana realnej stopy procentowej a tempo wzrostu nakładów inwestycyjnych

Z powyższego wynika, że w warunkach gospodarki rynkowej tempo wzrostu nakładów kapitałowych ($\Delta K_t/K_{t-1}$) jest ujemnie uzależnione od poziomu realnej stopy procentowej z danego okresu (r_t), co w wersji liniowej zapiszemy następująco:

$$\Delta K_t / K_{t-1} = \beta_0 - \beta_1 r_t, \quad (\beta_0, \beta_1 > 0) \quad (10)$$

Założymy obecnie, że proces produkcji, zdefiniowany przez (1), opisuje funkcja produkcji typu Cobb-Douglasa:

$$Y_t = A \cdot e^{\lambda \cdot t} K_t^\alpha \quad (11)$$

Z (10) wynika następujący związek pomiędzy tempem wzrostu produktu potencjalnego ($\Delta Y_t/Y_{t-1}$) a tempem wzrostu nakładów kapitałowych w warunkach uwzględnienia efektów postępu technicznego:

$$\Delta Y_t / Y_{t-1} = \lambda + \alpha (\Delta K_t / K_{t-1}). \quad (12)$$

Obecnie wprowadzając (10) do (12) ostatecznie otrzymujemy:

$$\Delta Y_t / Y_{t-1} = \gamma_0 - \gamma_1 r_t, \quad (13)$$

gdzie: $\gamma_0 = \lambda + \alpha \beta_0$ oraz $\gamma_1 = \alpha \beta_1$. Zauważmy, że:

$$\Delta(\Delta Y_t / Y_{t-1}) / \Delta r_t = -\gamma_l \quad (14)$$

Na podstawie (14) powiemy, że wzrost stopy procentowej o jeden punkt procentowy prowadzi do spadku dynamiki potencjalnego produktu krajowego o γ_l punktu procentowego.

2. Nominalne stopy procentowe a dynamika produktu zrównoważonego z popytem globalnym

Możliwości podażowe, wynikające z funkcji produkcji, ograniczone są przez czynniki kształtujące popyt globalny (AD). Popyt ten jest wyznaczony przez:

1. poziom popytu konsumpcyjnego (C^d), kształtowany głównie przez poziom produktu krajowego (Y), stopę podatkową (T) i nominalną stopę procentową (i),
2. poziom popytu inwestycyjnego (I^d), kształtowany głównie przez nominalną stopę procentową (i),
3. export netto (NX^d), stanowiący różnicę pomiędzy exportem i importem krajowym, który jest kształtowany głównie przez realny kurs wymienny waluty krajowej na walutę zagraniczną (ε),
4. wydatki rządowe (G) uznawane za wielkość autonomiczną.

Uwzględniając kierunki oddziaływania czynników popytowych na składowe popytu globalnego, funkcję popytu globalnego zapiszemy następująco:

$$AD_t = C^d(Y_t, T_t, i_t) + I^d(i_t) + NX^d(\varepsilon_t) + G_t \quad (15)$$

$(+) \quad (-) \quad (-) \quad \quad \quad (-) \quad \quad \quad (+) \quad (+)$

Równowagę globalną na rynku towarowym osiągamy przy takim poziomie produktu globalnego (Y_E), przy którym popyt globalny (AD) zrówna się z produktem krajowym (Y). W rezultacie funkcję produktu w stanie równowagi globalnej zapiszemy następująco:

$$Y_{Et} = Y_E(i_t, T_t, \varepsilon_t, G_t) \quad (16)$$

$(-) \quad (-) \quad (+) \quad (+)$

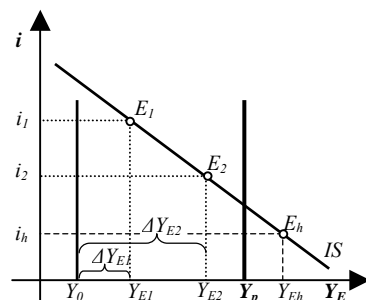
Na podstawie (15) i (16), zakładając stałość zmiennych T , ε oraz G , wyprowadza się krzywą IS przedstawiającą wszystkie możliwe kombinacje pomiędzy stopą procentową (i) a produktem krajowym (Y) zrównoważonym z popytem globalnym (AD). Krzywa ta jest opadająca w przedstawionym na wykresie 3 układzie współrzędnych. Jak wynika z wykresu 3, spadkowi nominalnej stopy procentowej (i) towarzyszy rosnący produkt krajowy zrównoważony z popytem globalnym (Y_E). Jednocześnie z pogłębionej analizy rysunku wynika, że tempo wzrostu produktu zrównoważonego ($\Delta Y_{Et} / Y_{E,t-1}$) jest ujemnie uzależnione od poziomu nominalnej stopy procentowej z danego okresu (i_t). W wersji liniowej zależność tę zapiszemy następująco:

$$\Delta Y_{Et} / Y_{E,t-1} = \beta_0 - \beta_1 i_t, \quad (\beta_0, \beta_1 > 0) \quad (17)$$

Zauważmy, że:

$$\Delta(\Delta Y_{Et} / Y_{E,t-1}) / \Delta i_t = -\beta_1 < 0 \quad (18)$$

Na podstawie (18) powiemy, że wzrost nominalnej stopy procentowej o jeden punkt procentowy prowadzi do spadku dynamiki zrównoważonego produktu krajowego o β_1 punktu procentowego.



Spadek nominalnej stopy procentowej z i_1 do i_2 wywołuje wzrost przyrostu produktu krajowego zrównoważonego z popytem globalnym z poziomu ΔY_{E1} do ΔY_{E2} . Oznacza to, że:

jeżeli $i_1 > i_2$ to $\Delta Y_{E1}/Y_0 < \Delta Y_{E2}/Y_0$

W przypadku zbyt niskiej stopy procentowej (i_h) produkt w równowadze (Y_{Eh}) przewyższa produkt potencjalny (Y_p).

Wykres 3. Zmiana nominalnej stopy procentowej a tempo wzrostu produktu krajowego zrównoważonego z popytem globalnym

Zauważmy, że w analizowanym przypadku popyt inwestycyjny jest traktowany podobnie jak popyt konsumpcyjny lub rządowy. Oznacza to, że w tym krótkookresowym ujęciu uznaje się, że zmiany popytu inwestycyjnego wpływają jedynie na stopień wykorzystania czynników podaźowych. Nie zakłada się natychmiastowego uruchomienia inwestycji nowo zakupionych. W rezultacie uznaje się wielkość produktu potencjalnego za ustaloną. Tym samym jeśli stopa procentowa wyznaczona zostanie na zbyt niskim poziomie (i_h), tak jak przedstawiono to na wykresie 3, wówczas hipotetyczna wielkość produktu zrównoważonego z popytem globalnym (Y_{Eh}) przewyższy ustaloną wielkość produktu potencjalnego (Y_p). W konsekwencji wywołać może to niekontrolowany przyrost poziomu cen. Z drugiej strony poziom stóp procentowych decyduje o stanie równowagi na rynku pieniężnym. Zbyt niski jego poziom prowadzi do niedoboru pieniądza transakcyjnego. W sytuacji niedoboru spadnie popyt na papiery wartościowe i nastąpi jednoczesny wzrost ich podaży. W warunkach potrzeby finansowania deficytu budżetowego jest to zjawisko niepożądane.

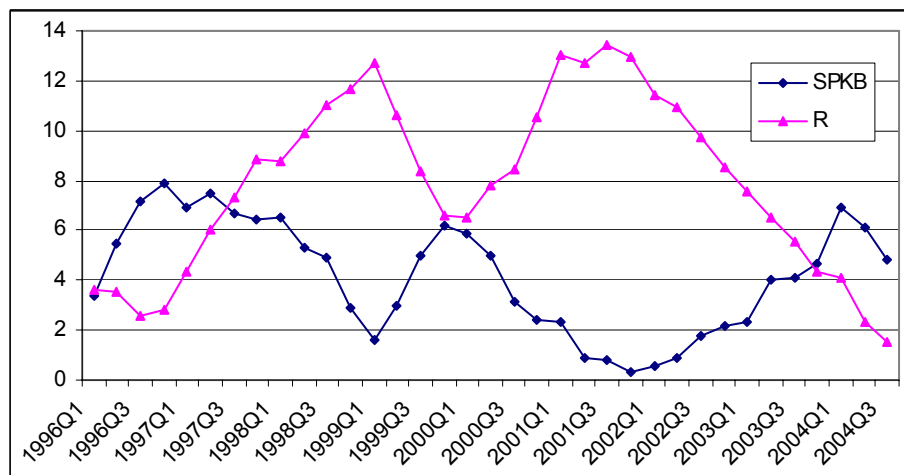
3. Model dynamiki wzrostu PKB – koncepcja, wyniki oszacowań, wnioski końcowe

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że poziom stóp procentowych rzuca z jednej strony na dynamikę produktu potencjalnego a z drugiej strony na dynamikę produktu zrównoważonego z popytem globalnym. Ponadto na dynamikę produktu zrównoważonego wpływ wywierają czynniki związane wydatkami rządowymi, stopą podatkową, kursami waluty krajowej, itp. Jednocześnie

należy uznać wzajemne adaptowanie się do siebie dynamik produktu potencjalnego i zrównoważonego. Zauważmy bowiem, że zmniejszenie się dynamiki produktu zrównoważonego, prowadzące do gorszego wykorzystania czynników podażowych, wpłynie hamująco na dynamikę inwestowania, a co za tym idzie na dynamikę produktu potencjalnego. Upoważnia nas to do uznania, że w długich okresach ekonomicznych, w procesach wzajemnego dostosowywania się równowag krótkookresowych i długookresowych, to nie nominalna ale urealniona stopa procentowa wywiera wpływ na dynamikę produktu krajowego. O wzajemnych związkach pomiędzy stopą wzrostu produktu krajowego brutto ($SPKB$) a urealnioną redyskontowaną stopą centralną (R) przekonać możemy się analizując wykres 4. Z uwagi na fakt, że analizę roczną prowadzono o dane kwartalne, wielkości te wyliczono według następujących formuł:

$$SPKB_t = \frac{PKB_t - PKB_{t-4}}{PKB_{t-4}} \cdot 100\%, \quad (19)$$

$$(1 + R_t) \cdot 100\% = \frac{[(1 + i_{t-3})(1 + i_{t-2})(1 + i_{t-1})(1 + i_t)]^{0,25}}{1 + \pi_t} \cdot 100\% \quad (20)$$



Wykres 4. Roczna dynamika wzrostu produktu krajowego brutto (SPKB) i urealnione roczne stopy redyskontowe (R) w Polsce w latach 1996-2004

Konstruując model analizowanego procesu gospodarczego, mamy podstawy aby założyć, że urealniona centralna stopa procentowa (R_t) wraz z pozostałymi czynnikami popytowymi (SX_t) wyznaczają oczekiwaną stopę wzrostu produktu krajowego ($SPKB_t^E$), co zapiszemy następująco:

$$SPKB_t^E = \alpha_0 + \alpha_1 R_t + \alpha_2 SX_t + v_t. \quad (21)$$

Zakładając adaptacyjny charakter dostosowań $SPKB$ do $SPKB^E$ zapiszemy:

$$SPKB_t - SPKB_{t-1} = (1-\gamma)(SPKB_t^E - SPKB_{t-1}), \quad (0 < \gamma < 1). \quad (22)$$

Wprowadzając (20) do (21) i odpowiednio przekształcając, ostatecznie otrzymujemy następującą postać modelu dynamicznego:

$$SPKB_t = a + cSPKB_{t-1} + b_1R_t + b_2SX_t + u_t, \quad (23)$$

gdzie: $a = (1-\gamma)\alpha_0 > 0$, $c = \gamma < 1$, $b_1 = (1-\gamma)\alpha_1 < 0$, $b_2 = (1-\gamma)\alpha_2$, $u_t = (1-\gamma)v_t$.

W trakcie procesu estymacji wśród czynników SX zidentyfikowano roczną stopę wzrostu kursu euro (SKE) i związaną z nią roczną stopę wzrostu kursu dolara w przeliczeniu na euro ($SKDE$). W rezultacie proces estymacji, weryfikacji, analizy i symulacji przeprowadzono dla następującego modelu:

$$SPKB_t = a + cSPKB_{t-1} + b_1R_t + b_2SKE_t + b_3SKDE_t + u_t. \quad (24)$$

Model (24) szacowano wykorzystując próby statystyczne obejmujące podokresy poprzedzające przystąpienie Polski do Unii Europejskiej. Wyniki oszacowań przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki oszacowań MNK modelu (24)

Parametr i symbol zmiennej	Oszacowane wartości parametrów strukturalnych oraz wartości statystyk t-studenta dla próby z okresów:			
	1996 kw.III 2004 kw.II	1997 kw.I 2004 kw.II	1998 kw.I 2004 kw.II	1999 kw.I 2004 kw.II
a	3.5797 (4.39)	3.2766 (3.59)	3.3245 (3.42)	4.7162 (2.80)
c $SPKB_{t-1}$	0.5331 (5.6)	0.5476 (5.48)	0.5575 (5.28)	0.3938 (2.05)
b_1 R_t	-0.2496 (-4.11)	-0.2241 (-3.23)	-0.2321 (-3.12)	-0.3324 (-2.65)
b_2 SKE_t	0.0806 (3.13)	0.0814 (3.08)	0.0825 (2.77)	0.0683 (2.15)
b_3 $SKDE_t$	0.0518 (2.62)	0.0492 (2.39)	0.0525 (2.21)	0.0570 (2.07)
Oszacowane efekty długookresowe: $\Delta SPKB^E / \Delta X_t$				
$b_1/(1-c)$	-0.53	-0.49	-0.52	-0.55
$b_2/(1-c)$	0.17	0.18	0.19	0.11
$b_3/(1-c)$	0.11	0.11	0.12	0.09
Charakterystyka próby statystycznej oraz miary jakości oszacowań modelu				
n	32	30	26	22
R^2	0.9172	0.9055	0.8811	0.8824
Se	0.7242	0.7425	0.7694	0.7799
DW	2.0559	1.9959	1.9153	1.9173
$D-h$ (<i>prob</i>)	-0.1876 (0.851)	0.01354 (0.989)	0.2563 (0.798)	0.4433 (0.658)

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS.

Na podstawie oszacowanych wersji modelu (24) przeprowadzono symulację celem wyznaczenia granicznego tempa wzrostu PKB przy założonych pozio-

mach realnych stóp procentowych (R_t) oraz przyjęciu założeń, iż $SKE_t = 0$ oraz $SKDE_t = 0$. Zgodnie z (21), (22) i (23), przy przyjętych założeniach, graniczne tempo wzrostu PKB definiujemy następująco:

$$\widehat{SPKB}_t^E = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 R_t = \frac{\hat{a} + \hat{b}_1 R_t}{1 - \hat{c}}, \quad (SKE_t, SKDE_t = 0) \quad (25)$$

Wyniki przeprowadzonej symulacji przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Symulowane graniczne dynamiki wzrostu PKB

Założony poziom realnych stóp procentowych (R_t)	Oszacowane graniczne dynamiki wzrostu PKB dla okresów:			
	1996 kw.III 2004 kw.II	1997 kw.I 2004 kw.II	1998 kw.I 2004 kw.II	1999 kw.I 2004 kw.II
0%	7.67%	7.24%	7.51%	7.78%
5%	4.99%	4.77%	4.89%	5.04%
10%	2.32%	2.29%	2.27%	2.3
15%	-0.35%	-0.19%	-0.35%	-0.44%

Źródło: obliczenia własne.

Analizując wyniki symulacji zamieszczone w tabeli 2 stwierdzamy, że w warunkach gospodarki polskiej:

- utrwalenie tempa wzrostu PKB przekraczającego 5% w skali rocznej, wymaga ustabilizowania się realnych stóp procentowych na poziomie nie przekraczającym 5%,
- utrwalony spadek PKB nastąpi, jeśli realne roczne stopy procentowe ustabilizują się na poziomie przekraczającym 14%.

Literatura

- Barro, R. (1997), *Makroekonomia*, PWE, Warszawa
- Burda, M., Wyplosz, Ch. (1995), *Makroekonomia, Podręcznik europejski*, PWE, Warszawa
- Chow, G. C. (1995), *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa
- Dornbusch, R., Fischer, S., Sparks G. R. (1989), *Macroeconomics, Third Canadian Edition*, McGraw-Hill Ryerson Limited, Toronto
- Maddala, G.S. (2001), *Introduction to Econometrics*, John Wiley & Sons LTD, New York
- Hall, R., E., Taylor, J. B. (1995), *Makroekonomia, Teoria, funkcjonowanie i polityka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa
- Ossowski, J. Cz. (2004), *Wybrane zagadnienia z makroekonomii, Pojęcia, problemy, przykłady i zadania*, WSFiR, Sopot
- Romer, D. (2000), *Makroekonomia dla zaawansowanych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa