

DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE

VIII Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 9-11 września 2003 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Mariola Piłatowska

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Realizacja postulatu zgodności jako metoda uniknięcia skutków pozornej zależności

1. Wprowadzenie

Wpływ niestacjonarności procesów ekonomicznych na poznanie prawdziwych zależności między nimi został już zauważony na przełomie XIX i XX wieku. Pierwszym, który podniósł problem niebezpieczeństwa pozornej zależności między procesami wykazującymi monotoniczny wzrost lub spadek, był Yule (1926). Badając korelację między niepowiązanymi procesami zintegrowanymi (rzędu pierwszego i drugiego), Yule wykazał za pomocą eksperymentów symulacyjnych, że rozkład współczynnika korelacji nie był symetryczny i w przybliżeniu normalny, tylko przypominał pół-elipsę dla pary szeregów I(1) oraz kształt litery U dla pary szeregów I(2). Przeprowadzone przez Yule'a eksperymenty pokazały wyraźnie, że ocenę korelacji między procesami o strukturze sumacyjnej (czyli między procesami zintegrowanymi) należy przeprowadzać na podstawie danych oczyszczonych z niestacjonarności¹, tj. pierwszych lub drugich różnic, a nie danych oryginalnych, tj. poziomów procesów. Takie postępowanie pozwala uniknąć niebezpieczeństwa otrzymania, jak to określił Yule, nonsensownych korelacji.

Jednak przełomowym artykułem, dotyczącym możliwości odróżniania pozornej od rzeczywistej korelacji procesów ekonomicznych, był artykuł Granger i Newbolda (1974). Rozważając zależność między dwoma niepowiązanymi procesami błędzenia przypadkowego Granger i Newbold pokazali na podstawie analizy symulacyjnej, że procent odrzuceń prawdziwej hipotezy zerowej o braku zależności w standardowym teście *t*-Studenta wynosił 76. W związku z tym

¹ W tym przypadku niestacjonarności w wariancji.

wyciągnęli wniosek, że standardowe testy istotności są obciążone w kierunku odrzucenia hipotezy zerowej o braku zależności, nawet jeśli jest ona prawdziwa, i jednocześnie wskazania istotnej, ale pozornej zależności, ponieważ w rzeczywistości procesy były niezależne.

Zagadnienie zależności między procesami zintegrowanymi poddał formalnej analizie Phillips (1986), który rozwinął asymptotyczną teorię dla zależności procesów zintegrowanych, wyjaśniając tym samym wyniki, które otrzymali Granger i Newbold w eksperymencie symulacyjnym. Phillips (1986) pokazał, że estymacja modelu opisującego zależność między niepowiązanymi procesami błędzenia przypadkowego za pomocą metody najmniejszych kwadratów może dać wyniki, które nie mają interpretacji w ramach standardowej procedury weryfikacyjnej, ponieważ rozkłady standardowych statystyk w modelu opisującym zależność procesów zintegrowanych nie są takie jak w modelu opisującym zależność dla procesów stacjonarnych.

Należy wyraźnie zaznaczyć, że problem pozornej zależności jest szerszym zagadnieniem, tzn. dotyczy nie tylko niezależnych procesów błędzenia przypadkowego, ale również procesów zintegrowanych rzędu drugiego (por. Haldrup (1994)), procesów częściowo zintegrowanych² (por. Marmol (1996)), procesów ze stochastycznymi pierwiastkami jednostkowymi (por. Granger, Swanson (1997)), a także stacjonarnych procesów autoregresyjnych (por. Granger, Hyung, Jeon (1998)).

Wynika z tego, że problem pozornej zależności należy rozpatrywać w szerszym kontekście, tj. jako błąd specyfikacji modelu. Problem ten można rozwiązać poprzez poprawienie specyfikacji modelu na podstawie informacji o wewnętrznej strukturze badanych procesów. Podkreśla to ważność i jednocześnie konieczność badania wewnętrznej struktury wszystkich procesów. Postępowanie wykorzystujące informacje o wewnętrznej strukturze procesów, czyli postępowanie według koncepcji modelowania zgodnego³, prowadzi do otrzymania takiej specyfikacji modelu, która zapewnia pożądane, tj. białosumowe, własności procesu resztowego.

Celem artykułu jest wskazanie metody mającej na celu uniknięcie niebezpieczeństwa pozornej zależności i jej skutków dla wnioskowania statystycznego. Metodą tą jest specyfikacja modelu ekonometrycznego w taki sposób, aby był zrealizowany postulat zgodności w sensie Zielińskiego, czyli aby zachodziła zgodność harmonicznej struktury obu stron modelu. Możliwości tego podejścia zostaną przedstawione za pomocą eksperymentów symulacyjnych.

² Są to procesy z długą pamięcią (ang. *long-memory processes*) – por. m.in. Granger (1980), Granger, Joyeux (1980), Diebold, Rudebusch (1989), Hosking (1981), Koop, Ley, Osiewalski, Steel (1997), Piłatowska (1999), (2000).

³ Koncepcja modelowania zgodnego, autorstwa Zielińskiego (1984), jest szerzej opisana w Zieliński (2003).

2. Pozorna zależność i jej skutki dla wnioskowania statystycznego

W przypadku badania zależności między dwoma niezależnymi procesami błędzenia przypadkowego y_t i x_t , czyli zależności o postaci

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (1)$$

Phillips (1986) pokazał, że rozkłady standardowych statystyk, szczególnie rozkłady testów t -Studenta, t_α , t_β , nie mają granicznych rozkładów, tj. rozkłady ich są rozbieżne w miarę jak T rośnie. Oznacza to, że nie istnieją asymptotycznie poprawne wartości krytyczne dla tych testów. Można zatem oczekiwać, że dla danej wartości krytycznej standardowego testu t liczba odrzuceń hipotezy zerowej $H_0: \beta = 0$ o braku zależności między procesami będzie coraz większa w miarę jak rośnie liczba obserwacji, co zostało zaobserwowane przez Grangera i Newbolda w ich analizie symulacyjnej⁴. Dalej, współczynniki regresji nie są zbieżne według prawdopodobieństwa do stałych w miarę jak rośnie liczba obserwacji, tj. rozkład wyrazu wolnego α jest rozbieżny, a graniczny rozkład współczynnika regresji β jest niezdegenerowany (nie zmierza do zera).

W przypadku badania zależności między dwoma niezależnymi procesami błędzenia przypadkowego z dryfem, tj. procesami o postaci

$$y_t = \mu_y + y_{t-1} + u_t, \quad (2)$$

$$x_t = \mu_x + x_{t-1} + v_t, \quad (3)$$

współczynnik regresji β w modelu (1) zmierza według prawdopodobieństwa do μ_y/μ_x (por. Entorf (1992)), czyli do stałej raczej niż jak w przypadku dwóch procesów błędzenia przypadkowego bez dryfu – do zmiennej losowej. Wynika stąd, że pozorna zależność zależy od tego czy mamy do czynienia z procesami błędzenia przypadkowego z dryfem czy bez dryfu.

Phillips (1986) pokazał, że w przypadku badania zależności między niezależnymi procesami błędzenia przypadkowego również graniczny rozkład

⁴ Należy zauważyć, że podobne wyniki otrzymał Phillips (1986) dla modelu, w którym regresorem był wektor niezależnych procesów zintegrowanych. W szczególności rozkład statystyki F , wykorzystywanej do badania istotności wektora parametrów, jest rozbieżny w miarę jak T rośnie, stąd nie istnieją asymptotycznie poprawne wartości krytyczne dla tej statystyki. Przy czym tempo rozbieżności statystyki F wynosi $O(T)$ i jest większe niż dla statystyki t , $O(T^{1/2})$. Stąd w modelu z wieloma regresorami można oczekiwać większego procentu odrzuceń hipotezy zerowej przy stosowaniu testu F , w odniesieniu do całego wektora parametrów, niż testu t , w odniesieniu do poszczególnych parametrów.

współczynnika determinacji R^2 jest niezdegenerowany (nie zmierza do zera), a test DW jest zbieżny do zera w miarę jak liczba obserwacji rośnie do nieskończoności, podczas gdy dla procesów rzeczywiście powiązanych, statystyka DW zmierza do niezerowej wartości. Stąd niskie wartości DW i wysokie wartości R^2 mogą wskazywać przypadek pozornej regresji, takiej jak (1), co potwierdzają wyniki Grangera i Newbolda (1974). Dlatego też zachowanie się statystyki DW może być jednym ze sposobów odróżniania zależności prawdziwej od pozornej, przy czym test bazujący na tej statystyce może mieć słabą moc w małych próbach.

Problem pozornej zależności między niezależnymi procesami zintegrowanymi nie zniknie, nawet jeżeli spróbuje się uwzględnić potencjalną niestacjonarność procesów poprzez włączenie zmiennej czasowej do modelu (1) i szacować model o postaci

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \gamma + u_t, \quad (4)$$

Durlauf i Phillips (1988) pokazali, że podobnie jak w przypadku modelu (1), rozkład α jest rozbieżny (tzn. α ma wariancję, która rośnie w miarę wzrostu liczebności próby), rozkład β nie zmierza do zera (jest niezdegenerowany), jedynie rozkład γ zmierza według prawdopodobieństwa do zera. Oznacza to, że tylko γ jest zgodnym estymatorem. Testy weryfikujące hipotezę $H_0: \beta = 0$ mają rozbieżne rozkłady w miarę jak T rośnie, co prowadzi to do błędnych odrzuceń hipotezy zerowej o braku zależności.

Natomiast skutki pozornej zależności mogą być usunięte, jeżeli przy budowie modelu wykorzystana zostanie informacja o wewnętrznej strukturze procesów, czyli specyfikacja modelu będzie określona według koncepcji modelowania zgodnego. Potwierdzeniem tej tezy są wyniki poniżej zamieszczonych eksperymentów symulacyjnych.

3. Możliwości uniknięcia pozornej zależności – analiza symulacyjna

W prezentowanym eksperymencie symulacyjnym Monte Carlo porównano wyniki szacowania dwóch modeli, tj. modelu o postaci (por. model (1))

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + u_t, \quad (A)$$

oraz modelu uwzględniającego autoregresyjną strukturę badanych procesów

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_{t-1} + \alpha_3 y_{t-1} + u_t, \quad (B)$$

opisujących zależność między dwoma niezależnymi procesami autoregresyjnymi o postaci

$$y_t = \beta_y y_{t-1} + \varepsilon_{yt}, \tag{C}$$

$$x_t = \beta_x x_{t-1} + \varepsilon_{xt}, \tag{D}$$

gdzie $\beta_x = \beta_y = 0, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0$, ε_{yt} i ε_{xt} – białe szумы odpowiednich procesów, liczba obserwacji $n = 120$, liczba powtórzeń $m = 1000$. Dla $\beta_x = \beta_y = 1$ mamy do czynienia z przypadkiem analizowanym przez Grangera i Newbolda (1974), tj. z niezależnymi procesami błędzenia przypadkowego. Tabela 3.1. zawiera procentowy udział odrzuceń w teście t -Studenta prawdziwej hipotezy zerowej o braku zależności między y_t i x_t , tj. hipotezy że $H_0: \alpha_1 = 0$, oraz w teście Durбина-Watsona hipotezy o braku autokorelacji, tj. hipotezy $H_0: \rho_1 = 0$, gdzie ρ_1 oznacza współczynnik autokorelacji rzędu pierwszego składnika resztowego.

Tabela 1. Procent odrzuceń hipotezy $H_0: \alpha_1 = 0$ w teście t -Studenta i hipotezy $H_0: \rho_1 = 0$ w teście Durбина-Watsona

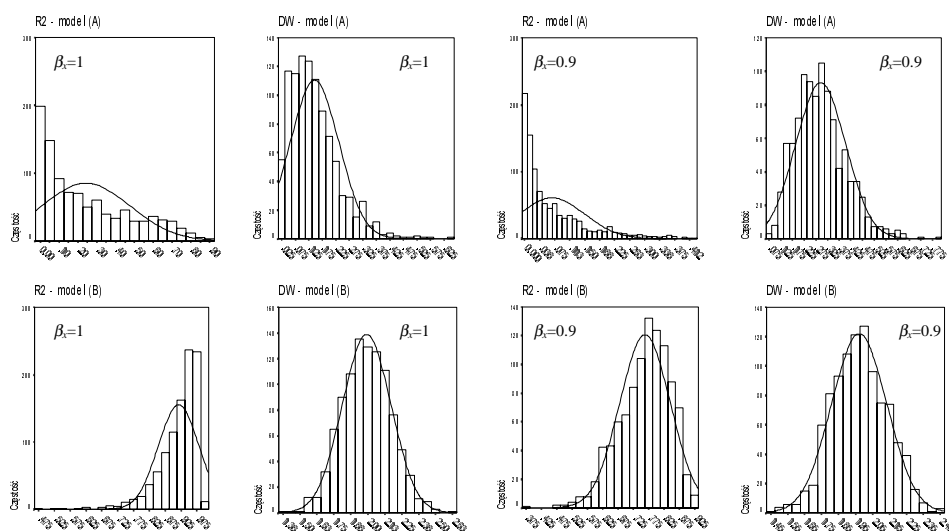
	$\beta_x = \beta_y = 0$	$\beta_x = \beta_y = 0.5$	$\beta_x = \beta_y = 0.7$	$\beta_x = \beta_y = 0.9$	$\beta_x = \beta_y = 1.0$
Model (A): $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + u_t$					
Procent $ t > 1.98$	6	24.7	22.8	51.8	77.1
Procent $DW < d_l$	5.9	100	100	100	100
Model (B): $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_{t-1} + \alpha_3 y_{t-1} + u_t$					
Procent $ t > 1.98$	6	5.3	5.2	5.1	5.2
Procent $DW < d_l$	0	4	0.8	3.4	4.8

Źródło: obliczenia własne.

Wyniki zawarte w tabeli 1 wskazują, że przy testowaniu prawdziwej hipotezy zerowej, $H_0: \alpha_1 = 0$, za pomocą standardowego testu t -Studenta, procent odrzuceń tej hipotezy dla dwóch niezależnych procesów błędzenia przypadkowego (dla $\beta_x = \beta_y = 1.0$) wyniósł 77.1, podobnie jak w eksperymencie Grangera i Newbolda (1974), a dla dwóch niezależnych procesów autoregresyjnych, np. dla $\beta_x = \beta_y = 0.9$ – 51.8%, podobnie jak w eksperymencie Grangera, Hyunga i Jeona (1998)⁵ – por. wyniki dla modelu (A) w tabeli 1. Na podstawie wykresu 1 można zauważyć, że w modelu (A) rozkład współczynnika determinacji R^2 w

⁵ Niewielkie różnice, jakie obserwuje się między wynikami eksperymentu zawartymi w tabeli 1 a wynikami otrzymanymi przez Grangera i Newbolda (1974) oraz Grangera, Hyunga i Jeona (1998) wynikają z różnic w liczbie obserwacji, tj. Granger i Newbold przyjęli $n = 50$, Granger, Hyung i Jeon (1998) – $n = 100$, a w omawianym, własnym eksperymencie – $n = 120$.

modelu (A) jest niezdegenerowany (nie zmierza do zera), a statystyka DW jest zbieżna do zera. Wyniki te stanowią potwierdzenie wniosku o występowaniu pozornej zależności, jaki otrzymano we wcześniejszych eksperymentach.



Wykres 1. Rozkłady współczynników determinacji R2 i statystyki Durbin-Watsona DW w modelu (A) i (B) dla $\beta_x = \beta_y = 1.0$ i $\beta_x = \beta_y = 0.9$.

Wyniki testowania hipotezy zerowej, $H_0: \alpha_1 = 0$, na podstawie modelu (B), uwzględniającego autoregresyjną strukturę badanych procesów, są całkowicie odmienne niż w przypadku modelu (A). Mianowicie test t -Studenta tylko w ok. 5% przypadków odrzuca hipotezę zerową o braku zależności między procesami x_t i y_t niezależnie od wartości parametru β_x i β_y . Oznacza to poprawne wnioskowanie o braku istotnej zależności⁶. Rozkład statystyki DW w modelu (B) jest standardowy, ponieważ zmierza to swojej granicznej wartości 2. Oznacza to, że proces resztowy nie wykazuje autokorelacji rzędu pierwszego. Rozkład współczynnika determinacji nie zmierza do zera⁷, a jest zbieżny do pewnej wielkości niezerowej ze względu na to, że model (B) uwzględnia autozależność y_t od opóźnienia y_{t-1} . Podkreślić szczególnie należy, że poprawne wnioskowanie dotyczy również przypadku, gdy y_t i x_t są procesami zintegrowanymi (procesami błędzenia przypadkowego), tj. dla $\beta_x = \beta_y = 1.0$. Oznacza to jednocześnie, że nie zachodzą skutki braku różnicowania procesów zintegrowanych⁸.

⁶ Podobne wyniki otrzymano przy testowaniu hipotezy, że $H_0: \alpha_2 = 0$.

⁷ Współczynnik determinacji zmierza do zera dla $\beta_x = \beta_y = 0$, czyli gdy x_t i y_t są białymi szumami.

⁸ Por. Piłatowska (2003) na temat skutków braku różnicowania i niepotrzebnego różnicowania.

Podsumowując, postępowanie wykorzystujące informacji o wewnętrznej strukturze procesów, według koncepcji modelowania zgodnego, umożliwia wykrycie prawdziwej zależności między procesami oraz prowadzi do otrzymania takiej specyfikacji modelu, która zapewnia pożądane, tj. białoszumowe, własności procesu resztowego.

Dodatkowo należy zaznaczyć, że skutki pomijania elementów wewnętrznej struktury badanych procesów, tj. skutki budowania modeli niezgodnych z sensie Zielińskiego, dla własności rozkładu statystyki *t*-Studenta i Durбина-Watsona, podobne do tych występujących dla niezależnych procesów, pojawiają się również w przypadku zależnych procesów (por. tabela 2 – model (A)). Tabela 2 prezentuje wyniki oszacowania modelu (A) (bez elementów wewnętrznej struktury) oraz modelu (B) (uwzględniającego elementy wewnętrznej struktury) przy założeniu, że procesy ε_{yt} i ε_{xt} w (C) i (D) są skorelowane, tj. $\varepsilon_{yt} = \rho\varepsilon_{xt} + \varepsilon_t$, gdzie $\rho = 0.5$ i 0.9 .

Tabela 2. Procent odrzuceń hipotezy $H_0: \alpha_1 = \rho$ w teście *t*-Studenta i hipotezy $H_0: \rho_1 = 0$ w teście Durбина-Watsona w przypadku zależnych procesów X_t i Y_t

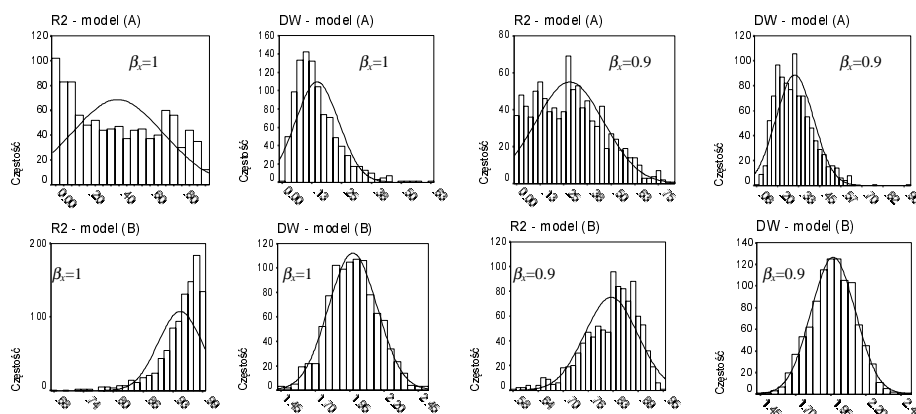
	$\beta_x = \beta_y = 0$	$\beta_x = \beta_y = 0.5$	$\beta_x = \beta_y = 0.7$	$\beta_x = \beta_y = 0.9$	$\beta_x = \beta_y = 1.0$	
	ρ Model (A): $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + u_t$					
Procent $ t > 1.98$	0.5	4.6	20.4	24.1	50.3	78.7
$t = (a_1 - \rho) / S(a_1)$	0.9	5.8	17.7	23.9	50.5	81.0
Procent $DW < d_l$	0.5	4.4	100	100	100	100
	0.9	5.7	100	100	100	100
	Model (B): $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_{t-1} + \alpha_3 y_{t-1} + u_t$					
Procent $ t > 1.98$	0.5	4.6	5.9	5.6	4.6	5.0
$t = (a_1 - \rho) / S(a_1)$	0.9	5.8	4.2	3.5	6.1	6.2
Procent $DW < d_l$	0.5	0.0	2.8	1.0	1.1	2.6
	0.9	0.0	4.8	2.0	1.5	3.1

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku modelu (A) (por. tabela 2), który nie uwzględnia elementów wewnętrznej struktury badanych procesów, procent odrzuceń prawdziwej hipotezy zerowej, $H_0: \alpha_1 = \rho$, jest znacznie wyższy niż przyjęty nominalny poziom istotności 5%; np. dla $\beta_x = \beta_y = 0.9$ procent odrzuceń wynosi ok. 50%. Dodatkowo we wszystkich przypadkach (z wyjątkiem $\beta_x = \beta_y = 0$, tj. gdy y_t i x_t są białymi szumami) występuje autokorelacja składnika resztowego, Rozkład statystyki DW zmierza do zera, a rozkład współczynnika determinacji R^2 nie jest zbieżny (por. wykres 2 – model (A)) – podobnie jak w przypadku niezależnych procesów (por. wykres 1 – model (A)).

Uwzględnienie autoregresyjnej struktury badanych procesów zasadniczo poprawia rozkład statystyki *t*-Studenta i statystyki Durбина-Watsona (por. mo-

del (B) w tabeli 2). Rozkład statystyki t -Studenta jest standardowy, ponieważ tylko w ok. 5-6% hipoteza zerowa jest odrzucana. Nie występuje również autokorelacja składnika resztowego, gdyż procent odrzuceń hipotezy o braku autokorelacji nie przekracza 5%. Rozkład statystyki DW zmierza do wartości 2, a rozkład współczynnika determinacji jest zbieżny (por. wykres 2 – model (B)).



Wykres 2. Rozkłady współczynników determinacji R2 i statystyki Durбина-Watsona DW w modelu (A) i (B) dla $\beta_x = \beta_y = 1.0$ i $\beta_x = \beta_y = 0.9$ w przypadku zależnych procesów y_t i x_t

4. Podsumowanie

Powyższe wyniki wskazują, że problem pozornej zależności między niezależnymi procesami (por. tabela 1 i wykres 1) oraz skutki pozornej zależności w przypadku zależnych procesów (por. tabela 2 i wykres 2) znikną, jeżeli przy budowie modelu uwzględną się informacje o wewnętrznej strukturze procesów w taki sposób, aby proces resztowy był białym szumem. Taki sposób konstrukcji modelu zapewnia koncepcja modelowania zgodnego.

Ponadto rozszerzenie specyfikacji modelu ma ogromne znaczenie dla właściwej interpretacji parametrów modelu. Wiadomo (por. Zieliński (1986), (1990)), że parametry modelu ekonometrycznego mierzą wpływ całkowity danego procesu objaśniającego na proces objaśniany, tj. wpływ bezpośredni i pośredni. Bezpośredni wpływ polega na tym, że każdy proces objaśniający oddziałuje na proces objaśniany tą swoją częścią, która jest nieskorelowana z pozostałymi czynnikami. Natomiast wpływ pośredni jest oddziaływaniem danego procesu objaśniającego na proces objaśniany tą częścią, która jest skorelowana z pominiętymi czynnikami. Dodanie zatem pominiętego czynnika do modelu pozwala na zmniejszenie wpływu pośredniego, a tym samym prowadzi do otrzymania parametrów o większej wartości poznawczej. Jest to bardzo pożądane z punktu widzenia analizy przyczynowej.

Literatura

- Diebold, F. X., Rudebusch, G. D. (1989), Long Memory and Persistence in Aggregate Output, *Journal of Monetary Economics*, 24, 189–209.
- Durlauf, S. N., Phillips, C. B. (1988), Trends versus Random Walks in Time Series Analysis, *Econometrica*, vol. 56, 1333–1354.
- Entorf, H. (1992), Random Walk with Drift, Simultaneous Errors, and Small Samples: Simulating the Bird's Eye View, Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques.
- Haldrup, N. (1994), The Asymptotics of Single-Equation Cointegration Regressions with I(1) and I(2) Variables, *Journal of Econometrics*, vol. 63, 153–181.
- Hosking, J. R. M. (1981), Fractional Differencing, *Biometrika*, vol. 68, 165–176.
- Granger, C. W. J., Newbold, P. (1974), Spurious Regressions in Econometrics, *Journal of Econometrics*, vol. 2, 111–120.
- Granger, C.W.J., Joyeux, R. (1980), An Introduction to Long-memory Time Series and Fractional Differencing, *Journal of Time Series Analysis*, vol. 1, 15–29.
- Granger, C.W.J. (1980), Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models, *Journal of Econometrics*, 14, 227–238.
- Granger, C. W. J., Swanson, N. (1997), An Introduction to Stochastic Unit-Root Processes, *Journal of Econometrics*, vol. 80, 35–62.
- Granger, C. W. J., Hyung, N., Jeon, Y. (1998), Spurious Regressions with Stationary Series, Discussion Paper 98–25, University of California, San Diego.
- Koop, G., Ley, E., Osiewalski, J., Steel, M. F. J. (1997), Bayesian Analysis of Long Memory and Persistence Using ARFIMA Models, *Journal of Econometrics*, vol. 76, 149–169.
- Marmol, F. (1996), Nonsense Regressions Between Integrated Processes of Different Orders, *Oxford Bulletin of Econometrics and Statistics*, vol. 58, 525–536.
- Phillips, P. C. B. (1986), Understanding Spurious Regressions in Econometrics, *Journal of Econometrics*, 33, 311–340.
- Piłatowska, M. (1999), Identyfikacja procesów z długotrwałą pamięcią, w: *Dynamiczne Modele Ekonometryczne*, Materiały na VI Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, TNOiK “Dom Organizatora”, Toruń, 143–158.
- Piłatowska, M. (2000), Testing for Fractional Integration in Foreign Exchange Rates, w: *Dynamic Econometric Models*, vol. 4, Wydawnictwo UMK, Toruń.
- Piłatowska, M. (2003), Skutki nadmiernego i niewystarczającego różnicowania procesów ekonomicznych. Analiza symulacyjna, *Przegląd Statystyczny*, z. 1, 59–74.
- Yule, G. U. (1926), Why Do We Sometimes Get Nonsense-Correlations Between Time-Series? – A Study in Sampling and the Nature of Time-Series, *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 89, s. 1–64, przedruk w: Darnell, A. C. (1994), *The History of Econometrics*, vol. I, Edward Egar Publishing Limited, s. 217–280.
- Zieliński, Z. (1984), Zmienność w czasie strukturalnych parametrów modelu ekonometrycznego, *Przegląd Statystyczny*, z. 1/2.
- Zieliński, Z. (1986), O podstawowych własnościach poznawczych jednorównaniowego liniowego modelu ekonometrycznego, *Acta Universitatis Nicolai Copernici, Oeconomia XIV*, z. 170.
- Zieliński, Z. (1990), Ekonometryczne modele pól losowych – postawienie problemu, podstawowe pojęcia i określenia, wytyczenie kierunków badań, opracowanie w ramach tematu CPBP 10.09.I.3 “Modelowanie procesów ekonomicznych w świetle

koncepcji zgodnych modeli dynamicznych”, opublikowane w: Zieliński, Z. (2002), *Analiza ekonomicznych procesów stochastycznych. Pisma wybrane*, Wydawnictwo UMK, Toruń.

Zieliński, Z. (2002), *Analiza ekonomicznych procesów stochastycznych. Pisma wybrane*, Wydawnictwo UMK, Toruń.