

DYNAMICZNE MODELE EKONOMETRYCZNE

VIII Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 9-11 września 2003 w Toruniu
Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Maria Sz muksta-Zawadzka

Poitechnika Szczecińska

Jan Zawadzki

Akademia Rolnicza w Szczecinie

O modelach hierarchicznych dla danych dekadowych z wahaniami sezonowymi

W pracach [3], [1] i [2] przedstawiono rozważania dotyczące hierarchicznego modelowania predyktywnego i prognozowania zmiennych ekonomicznych wykazujących wahania sezonowe o cyklu 12 miesięcznym. Jak wykazano w nich podstawowa zaletą modeli tej klasy jest znaczne zmniejszenie liczby szacowanych parametrów. Umożliwia to prognozowanie na podstawie krótkich szeregów czasowych obejmujących w skrajnym przypadku tylko dwa cykle.

W artykule tym dokonamy rozszerzenia rozważań na hierarchiczne modele szeregu czasowego z wahaniami dekadowymi zarówno dla pełnych szeregów jak i szeregów z lukami niesystematycznymi.

Następstwem skrócenia okresu jednostkowego z miesiąca do dekady jest znaczne zwiększenie liczby hierarchicznych modeli regularnych. Liczba permutacji i permutacji z powtórzeniami podzielników cyklu wahań spełniających następujące warunki :są nie mniejsze od 2 i nie większe od $m/2$, ich iloczyn jest równy długości cyklu wahań, wynosi 25.

Składa się na nią: siedem modeli dwustopniowych, dwanaście modeli trójstopniowych i sześć modeli czterostopniowych. Specyfikacja tych modeli dla wahań periodycznych lub relatywnie stałych o cyklu 36 dekadowym wraz z oznaczeniami macierzy odpowiadających poszczególnym stopniom hierarchii przedstawiona została w tabeli 1.

Ostatnia kolumna zawiera liczby szacowanych parametrów opisujących wahania sezonowe. Z informacji w niej zawartych wynika, że waha się ona od 18 w modelach dwuczynnikowych H218 i H182 do 6 w modelach czteroczynnikowych. Dla porównania dodajmy, że w modelach klasycznych należy osza-

cować 35 parametrów. Tak więc w przypadku wahań o cyklu 36 dekadowym uwidaczniają się w całej pełni korzyści związane ze zwiększeniem liczby stopni swobody. Bardzo ważną własnością modeli hierarchicznych dla pełnych danych, bazujących na analizie wariancyjnej, jest nieskorelowanie poszczególnych czynników (szczebli hierarchii) w ramach danego modelu. Własność ta pozwala na mierzenie udziału wariancji poszczególnych czynników w wyjaśnieniu wariancji sezonowej. W przypadku szeregów z lukami niesystematycznymi, to znaczy takimi, gdy dysponujemy przynajmniej jedną obserwacją dla każdego podokresu, własność powyższa na ogół nie zachodzi.

Zarysowane powyżej rozważania o charakterze teoretycznym zostaną zilustrowane przykładem empirycznym dotyczącym kształtowania się dekadowych stanów depozytów na rachunkach oszczędnościowo – rozliczeniowych w oddziale Banku C. Okres estymacyjny obejmował cztery pełne cykle 36-dekadowe. Szacowane były równania na podstawie pełnych szeregów jak i szeregów z lukami. W rozpatrywanym przykładzie przyjęto założenie, że luki niesystematyczne występują w trzech kolejnych dekadach miesięcy parzystych. Ze względu na niesystematyczny rodzaj luk założona została dostępność danych w lutym i kwietniu w pierwszym roku, czerwcu i sierpniu w drugim roku oraz w październiku i grudniu w ostatnim roku. Z uwagi na to, że okres badawczy (estymacyjny) obejmował trzy lata (144 dekady) w danych będą występowały 54 luki.

Na podstawie oszacowanych równań zostały obliczone prognozy interpolacyjne (dla 54 brakujących danych) oraz prognozy ekstrapolacyjne na 9 dekad wprzód. Następnie przeprowadzona została empiryczna weryfikacja obu rodzajów prognoz otrzymanych na podstawie modeli z lukami i tylko prognoz ekstrapolacyjnych dla modeli bez luk.

W tabeli 2 zestawione zostały syntetyczne oceny parametrów struktury stochastycznej będące jednocześnie ocenami własności predyktywnych równań zarówno bez luk jak i z lukami. W celu odróżnienia obu rodzajów modele dla pełnych danych oznaczono literą „P”.

Z informacji zawartych w drugiej kolumnie wynika, że oceny współczynników determinacji równań bez luk są bardzo zbliżone. Maksymalną oceną tego parametru charakteryzuje się model P123 (0,9938) a minimalną model P3322 (0,9870). Zatem różnica wynosi tylko 0,68 punktu procentowego.

Znacznie bardziej zróżnicowane są natomiast oceny odchyłeń standardowych składników losowych. Wahają się one w granicach od 462,4 tys. zł. dla modelu P123 do 562,4 tys. zł dla modelu P334. Widoczne są wyraźnie trzy skupienia wartości tych ocen. Pierwsze z nich tworzą modele o ocenach nie przekraczających 420,12 tys. zł. (11 modeli). Do drugiego należą modele o ocenach mieszczących się w granicach 450-470 tys. zł (4 modele). Natomiast w trzecim skupieniu znajduje się 10 modeli z ocenami powyżej 497,0 tys. zł.

Tabela 2 Oceny wybranych parametrów struktury stochastycznej hierarchicznych równań dla danych dekadowych

	Modele dla Pełnych danych				Modele dla luk systematycznych			
	Model	R ²	Se	Dw	Model	R ²	Se	Dw
1	P218	0,9934	418,95	1,41	H218	0,9936	472,22	1,58
2	P312	0,9916	462,40	1,47	H312	0,9913	511,3	1,44
3	P49	0,9932	414,00	1,41	H49	0,9935	452,23	1,64
4	P66	0,9929	420,12	1,40	H66	0,9933	457,86	1,62
5	P94	0,9892	522,36	2,04	H94	0,9914	522,15	1,96
6	P123	0,9938	397,15	1,51	H123	0,9936	455,85	1,67
7	P182	0,9907	497,53	1,87	H182	0,9924	524,49	1,87
8	P229	0,9931	414,21	1,40	H229	0,9933	547,17	1,62
9	P236	0,9929	418,12	1,39	H236	0,9931	459,07	1,62
10	P263	0,9933	406,84	1,43	H263	0,9931	456,67	1,62
11	P292	0,9900	500,30	1,80	H292	0,9911	525,05	1,9
12	P326	0,9913	461,84	1,15	H326	0,9911	517,06	1,51
13	P334	0,9870	562,40	1,74	H334	0,9893	565,72	1,79
14	P343	0,9916	454,85	1,17	H343	0,9917	497,42	1,44
15	P362	0,9894	535,35	1,55	H362	0,9898	555,35	1,74
16	P433	0,9931	410,23	1,42	H433	0,9933	447,24	1,63
17	P623	0,9929	417,24	1,40	H623	0,9932	452,93	1,61
18	P632	0,9897	503,32	1,74	H632	0,9913	515,21	1,91
19	P922	0,9892	520,48	2,04	H922	0,9914	518,93	1,97
20	P2233	0,9931	410,45	1,41	H2233	0,9931	452,07	1,61
21	P2323	0,9929	415,30	1,39	H2323	0,9930	454,24	1,61
22	P2332	0,9897	500,53	1,72	H2332	0,9911	514,39	1,9
23	P3223	0,9913	458,31	1,51	H3223	0,9917	495,58	1,43
24	P3232	0,9891	536,76	1,15	H3232	0,9897	551,77	1,72
25	P3322	0,9870	560,24	1,74	H3322	0,9893	562,39	1,78

Źródło: obliczenia własne

Skład grup, zwłaszcza skrajnych, nie jest przypadkowy. Cechą charakterystyczną modeli należących do pierwszej grupy jest to, że ostatnia liczba w zapisie modelu, będąca kolejnym podzielnikiem długości cyklu, wynosi trzy albo jest jej krotnością. Natomiast w grupie trzeciej są modele o ostatnich podzielnikach liczby dwa lub krotnościach tej liczby.

Prawidłowość powyższa związana jest z występowaniem cyklu trzy dekadowego w miesiącu wynikającego z wpływu bądź wypływu środków na rachunki oszczędnościowo rozliczeniowe (ROR-y).

W kolumnie siódmej podane zostały oceny współczynników determinacji równań szacowanych na podstawie danych z lukami niesystematycznymi.

Podobnie jak dla pełnych danych są one w niewielkim stopniu zróżnicowane. Tym samym bardziej wyrazistymi miernikami ocen własności predyktywnych będą także oceny odchyłeń standardowych składników losowych. Kształtują się one generalnie na poziomie o kilka a niekiedy nawet kilkanaście procent wyższym niż w modelach bez luk. Najniższą ocenę tego odchylenia otrzymano dla modelu H433 (447,24 tys. zł) a najwyższą dla modelu H334 (565,72 tys. zł). Podział modeli na trzy skupienia, według przedziałów ocen odchyłeń standardowych, jest także aktualny w odniesieniu do tej klasy modeli.

Jak wspomniano wcześniej na podstawie oszacowanych równań zostały wyznaczone prognozy inter- i ekstrapolacyjne oraz przeprowadzona została analiza *ex post* ich dokładności (dla modeli bez luk były to tylko prognozy ekstrapolacyjne).

W tabeli 3 zamieszczone zostały średnich względnych błędów prognoz inter- i ekstrapolacyjnych.

Z informacji zawartych w kolumnie trzeciej wynika, że oceny średnich względnych błędów prognoz interpolacyjnych wahały się od 4,61 (H123) do 7,50 procent (H922). Oceny poniżej pięciu procent otrzymano łącznie dla 10 modeli, od pięciu do sześciu procent dla 4 modeli. Natomiast oceny powyżej 6 procent dla 10 modeli. W tym ostatnim przypadku były to modele zaliczone do grupy trzeciej. Jedynym modelem tej grupy z oceną błędu poniżej pięciu procent był model H312.

Bardzo interesujące wyniki otrzymano dla prognoz ekstrapolacyjnych. Oceny błędów prognoz z lukami na ogół niższe od błędów prognoz otrzymanych na podstawie modeli bez luk. Przeciętna różnica wynosiła 0,63 punktu procentowego. Najniższą oceną wśród modeli z lukami charakteryzował się model H433 (2,57%) a wśród modeli bez luk P326 (2,73%). Najwyższe oceny wynosiły odpowiednio 3,35 (H94) oraz 4,08% (P182).

Dla wszystkich modeli z lukami niesystematycznymi należących do grupy pierwszej i drugiej błąd ten nie przekraczał trzech procent. Jedynym modelem grupy trzeciej z taką oceną był model H312.

Granica ta dla modeli bez luk była nieco wyższa i wynosiła 3,32%. Także jedynym modelem grupy trzeciej mieszczącym się powyżej tej granicy był model P312. Nieco wyższą efektywność prognoz otrzymanych na podstawie modeli z lukami można próbnie wyjaśnić występowaniem zakłóceń w przebiegu badanego zjawiska w okresach, w których wystąpiły luki.

Tabela 3 .Oceny średnich względnych błędów prognoz (w %) inter- i ekstrapolacyjnych

Model	Modele z lukami		Modele bez luk	
	prog.inerpol.	prog. ekstrapol.	Model	prog. ekstrapol.
H218	5,95	2,98	h218	3,19
H312	4,88	2,94	h312	3,03
H49	5,54	2,69	h49	3,16
H66	4,99	2,93	h66	3,16
H94	7,48	3,35	h94	3,92
H123	4,61	2,77	h123	3,13
H182	6,59	2,83	h182	4,08
H229	4,91	2,72	h229	3,06
H236	4,73	2,83	h236	2,73
H263	4,77	2,63	h263	3,05
H292	6,27	3,32	h292	3,93
H326	5,99	2,80	h326	2,73
H334	7,42	3,25	h334	3,63
H343	4,63	2,74	h343	2,82
H362	6,40	3,18	h362	3,55
H433	5,51	2,57	h433	3,08
H623	4,94	2,89	h623	3,12
H632	6,57	3,33	h632	3,95
H922	7,50	3,32	h922	3,91
H2233	4,81	2,59	h2233	2,98
H2323	4,63	2,89	h2323	3,01
H2332	6,40	3,28	h2332	3,34
H3223	4,88	2,66	h3223	3,32
H3232	6,57	3,10	h3232	3,4
H3322	7,42	3,22	h3322	3,61

Zródło: obliczenia własne

Z przedstawionego przykładu wynika, że modele hierarchiczne z wahaniami dekadowymi z powodzeniem mogą być użyte w modelowaniu predykcyjnym i prognozowaniu zjawisk ekonomicznych z wahaniami dekadowymi. Wymagają przy tym oszacowania znacznie mniej parametrów niż modele klasyczne. Odnosi się to zarówno do pełnych szeregów jak i szeregów z lukami niesystematycznymi.

Literatura

- [1] Zastosowanie hierarchicznych modeli szeregów czasowych w prognozowaniu zmiennych ekonomicznych z wahaniami sezonowymi, red. nauk. J. Zawadzki (w druku).
- [2] Szmuksta-Zawadzka, M., Zawadzki, J. (2002), Hierarchiczne modele szeregów czasowych z wahaniami sezonowymi. Budowa. Estymacja. Prognozowanie., w: *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków 2002, s. 193-204.
- [3] Szmuksta-Zawadzka, M., Zawadzki, J. (2002), Forecasting on basis of time series hierarchic models with variable seasonality, w: *Dynamics Econometric Models*, vol. 5, Nicholas Copernicus University, Toruń 2002, s. 15-24.

Tabela 1. Specyfikacja regularnych modeli hierarchicznych dla danych dekadowych

Model	Rodzaj zmienności (czynnik pierwszy)	Macierz	Rodzaj zmienności (czynnik drugi)	Macierz	Rodzaj zmienności (czynnik trzeci)	Macierz	Rodzaj zmienności (czynnik czwarty)	Macierz	Liczba szac.par.
H218	półrocze w roku	PR	dekada w półroczu	DPR					18
H312	okres czteromiesięczny w roku	CZM	dekada w okresie czteromiesięcznym	DCZM					13
H49	Kwartał w roku	KW	dekada w kwartale	DKW					11
H66	okres dwumiesięczny w roku	DWM	dekada w okresie dwumiesięcznym	DDWM					10
H182	okres dwudekadowy w roku	BIR	dekada w okresie dwudekadowym	DD					18
H123	Miesiąc w roku	MCR	dekada w miesiącu	DTD					13
H94	okres czterodekadowy w roku	CZD	dekada w okresie czterodekadowym	DCZD					11
H263	półrocze w roku	PR	miesiąc w półroczu	MCPR	dekada w miesiącu	DTD			8
H236	półrocze w roku	PR	okres dwumiesięczny w półroczu	DWMPR	dekada w okresie dwumiesięcznym	DDWM			8
H362	okres czteromiesięczny w roku	CZM	okres dwudekadowy w okresie czteromiesięcznym	BICZM	dekada w okresie dwudekadowym	DD			8
H326	okres czteromiesięczny w roku	CZM	okres dwumiesięczny w okresie czteromiesięcznym	DMCZM	dekada w okresie dwumiesięcznym	DDWM			8
H433	Kwartał w roku	KW	miesiąc w kwartale	MCKW	dekada w miesiącu	DTD			7
H343	okres czteromiesięczny w roku	CZM	miesiąc w okresie czteromiesięcznym	MCCZM	dekada w miesiącu	DTD			7
H334	okres czteromiesięczny w roku	CZM	okres czterodekadowy w okresie czteromiesięcznym	CZDCZM	dekada w okresie czterodekadowym	DCZD			7

H623	okres dwumiesięczny w roku	DWM	miesiąc w okresie dwumiesięcznym	MCDM	dekada w miesiącu	DTD				8
H632	okres dwumiesięczny w roku	DWM	okres dwudekadowy w okresie dwumiesięcznym	BISZ	dekada w okresie dwudekadowym	DD				8
H292	półrocze w roku	PR	okres dwudekadowy w półroczu	BIPR	dekada w okresie dwudekadowym	DD				
H229	półrocze w roku	PR	kwartał w półroczu	KPR	dekada w kwartale	DKW				10
H922	okres czterodekadowy w roku	CZD	okres dwudekadowy w okresie czterodekadowym	BICZD	dekada w okresie dwudekadowym	DD				10
H2233	półrocze w roku	PR	kwartał w półroczu	KPR	miesiąc w kwartale	MCKW	dekada w miesiącu	DTD		6
H2332	półrocze w roku	PR	okres dwumiesięczny w półroczu	DWMPR	okres dwudekadowy w okresie dwumiesięcznym	BISZ	dekada w okresie dwudekadowym	DD		6
H2323	półrocze w roku	PR	okres dwumiesięczny w półroczu	DWMPR	miesiąc w okresie dwumiesięcznym	MCDW	dekada w miesiącu	DTD		6
H3322	okres czteromiesięczny w roku	CZM	okres czterodekadowy w okresie czteromiesięcznym	CZDCZM	okres dwudekadowy w okresie czterodekadowym	BICZD	dekada w okresie dwudekadowym	DD		6
H3232	okres czteromiesięczny w roku	CZM	okres dwumiesięczny w okresie czteromiesięcznym	DMCZM	okres dwudekadowy w okresie dwumiesięcznym	BISZ	dekada w okresie dwudekadowym	DD		6
H3223	okres czteromiesięczny w roku	CZM	okres dwumiesięczny w okresie czteromiesięcznym	DMCZM	miesiąc w okresie dwumiesięcznym	MCDM	dekada w miesiącu	DTD		6

Źródło: obliczenia własne